KRITISCHE UNTERSUCHUNG VON ERNST MACH'S ERKENNTNISTHEORIE.

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

DER

HOHEN PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT

DER

VEREINIGTEN FRIEDRICHS-UNIVERSITÄT

HALLE-WITTENBERG

ACAD. LUGD.BAT. BIBL.

VORGELEGT VON

HERBERT BUZELLO

AUS STENDAL.

HALLE A. S.
HOFBUCHDRUCKEREI C. A. KAEMMERER & CO.
1911.

Referent: Prof. Dr. Menzer.

Gleichzeitig erschienen als Ergänzungsheft No. 23 zum XVI. Bande (1911) der von Vaihinger und Bauch herausgegebenen Zeitschrift „Kantstudien“

Berlin,
Verlag von Reuther & Reichard
1911.

Meinen lieben Eltern

in Dankbarkeit

gewidmet.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
I. Einleitung: Kurzer Abriß von Machs Erkenntnistheorie	1
II. Machs Begriff der Erkenntnis	7
III. Anschauungstheorie	20
IV. Logik	34
V. Mathematik	53
VI. Naturwissenschaft	69
VII. Methode der naturwissenschaftlichen Forschung	83
Literaturangabe	92

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41544701_0007

I. Einleitung.

Kurzer Abriß von Machs Erkenntnistheorie.

Der großartige Aufschwung der Naturwissenschaft in der Neuzeit steht in einem grellen Gegensatz zu ihrem kümmerlichen Fortgang im Altertum und besonders im Mittelalter. Der Grund dieses Fortschrittes liegt teils an dem größeren Interesse, das der moderne Mensch an der Natur nimmt, aber in erster Linie an der besseren Verwendung der Mittel zur Naturbeobachtung, in der Vervollständigung der Methoden der Naturwissenschaft. Aus diesem Grunde wird es für den Naturwissenschaftler von Wichtigkeit sein, eine Untersuchung der Methoden seiner Wissenschaft vorzunehmen, und zu prüfen, was an ihnen für den Fortschritt der Erkenntnis wertvoll, was aber irreführend ist; und er wird aus dieser Untersuchung eine Verbesserung der Methoden anstreben. Ferner ist bei der großen Ausdehnung der Wissensgebiete und der notwendigen Spezialisierung der Forscher auf kleine Ausschnitte aus ihnen, das Bestreben des Gelehrten, die Resultate, die er in seinem Fache fand, mit den Ergebnissen der Nachbargebiete und dem ganzen Wissenschaftsgebiet überhaupt in Einklang zu bringen, in neuerer Zeit mächtiger geworden. Die Gründe dafür sind teils praktische, durch die Methoden anderer Wissenschaften seine eigenen zu verbessern resp. neue Gesichtspunkte hineinzubringen, teils theoretische, um sich eine geschlossene Weltanschauung zu bilden. Dieses verschiedene Interesse des Forschers muß aber einen Einfluß auf seine Untersuchungen ausüben, ja es wird die Richtungen seiner Grundansichten vollständig bestimmen. Ein Beispiel dafür sind die erkenntnistheoretischen Untersuchungen Ernst Machs.

Mach ist Naturwissenschaftler und will als solcher keine zusammenhängende Weltanschauung, keine „Neue Philosophie“ bilden. Er will nur die Ergebnisse der verschiedenen Wissenschaften, Physik und Psychologie, in Einklang bringen, er will eine „erkenntnistheoretische Wendung“ (A. d. E. IX) versuchen, um das „Zusammenwirken spezieller Forschungen“ vorzubereiten.

Daher rührt sein Interesse an allen methodischen Fragen, daher auch sein Versuch durch die Ergebnisse spezieller Naturwissenschaften, Psychologie und Biologie, erkenntnistheoretische Fragen zu lösen. Es muß nun aber die Frage gestellt werden, ob ein solches Verfahren berechtigt ist, ob die Grundbegriffe dieser Wissenschaften die Realität haben, die Mach ihnen zuschreibt. Hauptsächlich aber muß eine prinzipielle Untersuchung angestellt werden, ob auf Grund von Machs Voraussetzungen die Begründung der Mathematik und Physik als Wissenschaften möglich ist.

Die bisherige Wissenschaft, sagt Mach, macht den Fehler, daß sie nicht auf die einfachsten, uns in der Erfahrung gegebenen Bestandteile zurückgeht, sondern daß sie Begriffe, die nur Hilfskonstruktionen der Methode der Forschung sind, als reale Dinge hypostasiert, die nie in der Erfahrung gegeben sein können. Die Physik spricht von Körpern, die sich im Raume bewegen, eine Gestalt, unveränderliche Masse und andere Eigenschaften haben; die Physiologie von einer Seele, die denkt, fühlt und Willensregungen hat. Dieses sind aber Annahmen, von denen in der Erfahrung nichts gegeben ist. Es sind metaphysische Voraussetzungen. In der Erfahrung kenne ich nur die einzelnen Sinneseindrücke von dem Körper, die im einzelnen wechseln, aber relativ konstant sind. Ebenso ist das „Ich“ der Psychologie nur ein „relativ konstanter Komplex von Empfindungen“. Die „Elemente“, aus denen alle Gegenstände der Erkenntnis bestehen, die „Empfindungen“ sind dieselben im Psychischen und Physischen. Es hat keinen Sinn, diese Welt der „Sinnesempfindungen“ als Erscheinung einer dahinterstehenden Welt zu bezeichnen. Alle Körper hängen von meinem Leib ab. Wenn ich die Abhängigkeit der Elemente von meinem Leib untersuche, treibe ich Psychologie, wenn ich ihre Abhängigkeit von anderen Körpern untersuche, treibe ich Physik. Der Unterschied zwischen diesen beiden Wissenschaften ist also nur ein Unterschied der „Untersuchungsrichtungen“. Das Objekt sind jedesmal dieselben Elemente.

Das Ich ist gegenüber „meiner Umgebung“ nicht scharf abgegrenzt. Alle Vorgänge in der Körperwelt sind von „meinem Körper“ abhängig, von meinen Sinnesorganen. Das Ich im weitesten Sinne umfaßt also die ganze Welt. Im engeren Sinne gehören zum „Ich“ mein Leib, der dadurch charakterisiert ist, daß er von mir nie auf dieselbe Weise wahrgenommen werden kann wie von andern Beobachtern. Der Gegensatz zwischen Körper und Seele,

das Problem ihrer Wechselwirkung ist demnach als ein Scheinproblem erkannt. Das „Ich“ ist nur eine denkökonomische, keine reelle Einheit von Elementen. Es ist das „Bewußtsein“ keine besondere Qualität außer den Inhalten des Bewußtseins. Es ist nur ein eigenartiger Zusammenhang von Qualitäten. Es ist im Laufe der Zeit sehr veränderlich. Zwischen meinen Empfindungen und denen eines andern ist kein wesentlicher Unterschied. Dieselben Elemente hängen nur in verschiedenen Verknüpfungspunkten zusammen, die die verschiedenen „Ichs“ bilden. Zu einer Unterscheidung eines „Ich“ bin ich überhaupt nur durch die Beobachtung anderer Individuen, die sich ähnlich wie ich verhalten, gekommen. Hier bemerke ich, daß gewisse Erlebnisse nur mir unmittelbar gegeben sind; diese nenne ich mein „Ich“ im engeren Sinne. Durch Analogieschlüsse lege ich den Andern auch ein solches „Ich“ zu. — Das Ich ist also nicht ein besonderes Untersuchungsobjekt, sondern ein Teil des „Laufes der Welt“. Den „funktionalen Zusammenhang“ zwischen seinen Elementen soll die Psychologie untersuchen. Diese muß notwendig einen strengen psychophysischen Parallelismus voraussetzen. Diese Voraussetzung gilt aber nur als Arbeitshypothese.

Auch das „Ding“ ist nur eine verhältnismäßig beständige Summe von Empfindungen, die an dieselben Raum- und Zeitempfindungen geknüpft sind. Der physikalische Begriff der „Substanz“ bedeutet, daß gewisse Empfindungen beständig bleiben, während andere wechseln. Es hat daher keinen Sinn, die Substanz als etwas anzunehmen, das die Sinnesempfindungen verursacht, oder sogar ein ewig unerkennbares „Ding an sich“ hinter die Erscheinungen zu setzen. Auch die Raum- und Zeitwahrnehmung beruht auf Raum- bezw. Zeitempfindungen, die mit den Sinnesempfindungen verbunden sind. Mit jeder Gesichts- und Tastempfindung ist eine Raumempfindung mitgegeben, vermöge welcher diese Empfindung eine Stelle im Raum erhält. Ebenso gibt es eine Wahrnehmung der zwischen den Empfindungen abgelaufenen Zeit. Raum und Zeit sind also auch „Elemente“ wie die übrigen Elemente.

Im diesem Chaos der Empfindungen eine Ordnung zu suchen, ist die Aufgabe der Wissenschaft. Die Physik will nicht das Eintreten einzelner Empfindungen konstatieren, sie handelt von „Körpern“ nnd deren Wirkungen auf einander, sowie von „Naturgesetzen“. Die Bildung dieser Begriffe ist aber durch ihren „praktischen“ Nutzen verursacht. Der Mensch als Lebewesen hat

sich allmählich aus den niedrigerstehenden Organismen entwickelt und ist nur „quantitativ“ von ihnen unterschieden. Das Leben aber besteht in Vorgängen, bei denen sich ein „Organismus“ gegenüber einer „Umgebung“ zu erhalten sucht. Dies geschieht nun bei den niedersten Wesen durch „Reflexbewegungen“, die unmittelbar auf einen Reiz erfolgen, und zur Lebenserhaltung dienen. Die Instinktbewegungen der Tiere haben denselben Zweck, aber sie erfolgen noch stets unmittelbar auf den Reiz und unbewußt. Beim Menschen werden die Lebensbedingungen komplizierter. Sein Interesse ist nicht blos auf Befriedigung der nächsten Bedürfnisse gerichtet. Er sucht auf „Umwegen“ seine Ziele zu erreichen. Dazu braucht er „Bewußtsein“ und zu dem Zwecke bildet er schließlich die Wissenschaft. „Wissenschaft und Kultur sind biologische Erscheinungen“ und müssen nach den Gesetzen der Biologie verstanden werden. Die Aufgabe der Wissenschaft aber ist, eine möglichst vollständige Kenntnis der Vorgänge in der Welt zu geben, damit der Mensch um so besser für seine Lebenserhaltung sorgen kann; sie untersucht die allseitige Abhängigkeit der Elemente von einander. Doch „die Natur ist nur einmal da“, in ihr gibt es keine „gleichen Fälle“. Will die Wissenschaft Regeln und Gesetze aufstellen, so muß sie als praktisches Postulat die Gleichförmigkeit des Naturgeschehens voraussetzen. „Sie soll ein möglichst vollständiges, zusammenhängendes, einheitliches, ruhiges, durch neue Vorkommnisse keiner bedeutenden Störung mehr ausgesetztes Weltbild, ein Weltbild von möglichster Stabilität“ schaffen (W. 366).

Die Wissenschaft hat die Aufgabe, eine möglichst vollständige „Anpassung der Gedanken an die Tatsachen und der Gedanken untereinander“ zu erreichen. Ein Grunderfordernis dazu ist die Voraussetzung der „Beständigkeit.“ Um sich anpassen zu können, muß der Intellekt frühere Erlebnisse reproduzieren können. Durch bestimmte Erlebnisse werden andere, mit ihnen verbunden gewesene, nach dem Gesetz der Berührungsassoziation reproduziert und mit der neuen Wahrnehmung verglichen. Dabei müssen alle Assoziationen, die sich bewährt haben, so weit es logisch zulässig ist, festgehalten werden, um die neuen Tatsachen möglichst „einfach“ durch ältere beschreiben zu können. Tritt aber eine Tatsache auf, welche mit den bisherigen Erfahrungen in Widerspruch tritt, so entsteht ein Problem. Das Problem wird gelöst, indem die alten Erfahrungssätze abgeändert werden und für den neuen Fall angepaßt werden. Die Erfahrungssätze sollen also auch für alle

„einzelnen Fälle“ anwendbar sein. Dies sind die Prinzipien der „Permanenz“ d. h. des möglichsten Festhaltens einmal gefundener Zusammenhänge und der „Differenzierung“ d. h. der möglichst genauen Spezialisierung für den einzelnen Fall. Wenn das Denken aber die große Fülle der Tatsachen umfassen will, muß es möglichst sparsam mit seinen Mitteln umgehen, möglichst viel unter die einfachsten Formeln zusammenfassen. Dies ist das „Ökonomieprinzip“. Es ist ein Gesetz des physischen Geschehens, die Anpassung der Gedanken in möglichst ökonomischer Weise zu vollziehen. Aber aus diesen Prinzipien ergibt sich noch kein Kriterium, um Wahres von Falschem zu unterscheiden. Bei der Sinneswahrnehmung kann ein Irrtum nicht stattfinden. Diese ist uns einfach gegeben. Irrtum entsteht durch die Annahme, daß Tatbestände, die unter bestimmten Umständen beobachtet sind, unter allen Umständen gelten. „Erkenntnis und Irrtum fließen aus denselben physischen Quellen. Nur der Erfolg vermag beide zu scheiden“ (E. u. J. 116). Wissenschaft muß, um zu allgemeinen Sätzen zu gelangen, abstrakte Begriffe bilden. Die Abstraktion ist durch das Streben nach Ökonomie bedingt. In dem Erinnerungsbild einer anschaulichen Tatsache werden nicht alle Inhalte reproduziert, sondern nur die, die „biologisch wichtig“ sind. Der Begriff entwickelt sich ganz allmählich aus der individuellen Augenblicksvorstellung, dadurch, daß die gemeinsamen Merkmale eine viel größere Bedeutung erlangen, als die besonderen; denn unter verschiedenen Umständen treten dabei „gleichartige Tätigkeiten“ zur Prüfung ein. Der Begriff ist „das an das Wort gebundene Bewußtsein von den Reaktionen, die man von der bezeichneten Klasse von Objekten (Tatsachen) zu erwarten hat“ (E. u. J. 134). Die Begriffe treten in Beziehung im Urteil. Dies ist eine „Ergänzung einer sinnlichen Vorstellung zur vollständigen Darstellung einer sinnlichen Tatsache“. Die Formen der Logik sind durch Abtraktion gewonnen. Sie haben nur ökonomischen Wert in ihrer symbolischen Darstellung.

Auch die Mathematik ist eine empirische Wissenschaft. Die „biologisch wichtige“ Zusammenfassung mehrerer gleicher Objekte in Gruppen und die Abstraktion der Zeichen für diese Tätigkeit führen zur Bildung der Zahlenvorstellung. Das Zählen beginnt, wenn die Erfahrung gemacht wird, daß die Zähloperation von der Art der Objekte unabhängig sind, und wenn die Zahlbegriffe in eine Reihe geordnet und durch Relationen verbunden sind. Alles Rechnen ist ein indirektes Zählen. Die Sätze der Arithmetik sind

durch Zählerfahrung gewonnen. Auch die Sätze der Geometrie sind empirische Sätze. Die Geometrie stellt ihre Objekte in einem Raum dar, der sich wesentlich von den Räumen der Sinnesgebiete unterscheidet. Letztere sind dishomogen, endlich, nach den Dimensionen nicht gleichwertig. Aber die Erfahrung, daß die Raumerfahrung der verschiedenen Sinne durch einander ersetzt werden können, und daß wir Bewegungen nach allen Richtungen gleichmäßig und unbeschränkt ausführen können, führt zum Begriff des „einen", homogenen, unendlichen, mathematischen Raumes. Der Raum der Geometrie ist also ein abstraktes Ordnungssystem. Die geometrischen Sätze sind Erfahrungen über „Messungen", d. h. Erfahrungen über „Deckung körperlicher Gebilde". Erst die Erfahrung kann lehren, daß es „feste Körper" gibt, d. h. solche, die ohne Gestaltveränderung im Raume bewegt werden können. Die Objekte der Geometrie entstehen durch Abstraktion und Idealisierung der physikalischen Körper. Ihre Sätze gelten daher nur hypothetisch, sofern die Naturgegenstände diesen Idealisierungen entsprechen. Auf ähnliche Weise wie der Raumbegriff wird durch Abstraktion der der physikalischen, homogenen, kontinuierlichen Zeit gebildet.

Die Grundbegriffe der Naturwissenschaft müssen auf die Beobachtung des „Zusammenhanges der Elemente" zurückgeführt werden. Der Substanzbegriff ist entstanden aus der instinktiven Annahme, daß es etwas Beständiges geben muß, wenn Erfahrung möglich sein soll. Aber in der Natur gibt es nichts absolut Beständiges; beständig bleibt nur eine Beziehung zwischen den Elementen, die durch eine Gleichung ausgedrückt werden kann. Der „Körper" besteht z. B. in der Erfüllung gewisser Gleichungen, welche zwischen den sinnlichen Elementen bestehen. Auch das „Naturgesetz" sagt uns, daß „funktionale Beziehungen" zwischen den sinnlichen Elementen bestehen. Es gilt nur hypothetisch. Die Notwendigkeit, die es ausspricht, liegt nicht in den Tatsachen, diese sind einfach da. Notwendigkeit liegt nur in den logischen Beziehungen. Der Begriff der Kausalverknüpfung entsteht aus der Beobachtung der Veränderungen in der Natur. Vorgänge, die wir meist aufeinander folgen sehen, halten wir für „verknüpft" mit einander. Für die Wissenschaft ist der Kausalbegriff unbrauchbar, denn während jeder Vorgang zu sehr vielen in Beziehung steht, ist es willkürlich, nur „einen" als seine Ursache zu bezeichnen, und es ist unbestimmt, welches die Ursache eines Vorganges sei. Die Aufgabe der Naturwissenschaft ist es

vielmehr, eine Gleichung aufzustellen, in der durch eine „funktionale Beziehung“ die Abhängigkeit sämtlicher Elemente von einander bestimmt ist. Möglichst vollständige Beschreibung aller Vorgänge durch Zurückführung auf die Beziehungen der Elemente ist das Ziel der Naturwissenschaft. Sie soll nichts erklären, nur „beschreiben“. Die Hypothesen sind keine Erklärungen, sie haben nur als vorläufige, versuchsweise Annahmen zum Zweck des leichteren Verständnisses der Tatsachen Berechtigung, als „indirekte Beschreibung“. Beim Fortschritt der Erfahrung werden sie allmählich durch direkte Beschreibung ersetzt.

II. Machs Begriff der Erkenntnis.

Jede Einzelwissenschaft macht gewisse Voraussetzungen über das Verhältnis von Subjekt und Objekt der Erkenntnis und über die Prinzipien der Forschung. Sie muß diese Voraussetzungen machen, um überhaupt einen Ausgangspunkt zu haben, und prüft ihre Berechtigung nicht. Sie untersucht daher die Beziehung zwischen dem Gegenstand und dem erkennenden Subjekt nicht mehr, sondern beschränkt sich auf die Erforschung des Objekts. Aber eine Theorie des Erkennens darf diese Voraussetzungen nicht schlechthin gelten lassen, sondern hat sie aufzudecken und ihre Bedeutung für die Erkenntnis überhaupt nachzuweisen. Eine Erkenntnistheorie, die, wie Machs, die naturwissenschaftliche Methode auf die Untersuchung der Erkenntnisbeziehungen überträgt, die lediglich das „Objekt der Erkenntnis“ untersucht und Begriffe der Naturwissenschaft ohne Prüfung gelten läßt, begeht damit eine petitio principii. Mach stellt sich zwar die Aufgabe, keine Voraussetzungen in der Erkenntnistheorie zuzulassen, sondern vom „unmittelbar gegebenen“ auszugehen. Aber darin liegt gerade das Problem, was unmittelbar gegeben sei. Mach übernimmt aus der Sinnesphysiologie den Begriff der „Empfindung“ und setzt die Empfindung als das Element, aus dem alles Wirkliche zusammengesetzt ist. Der „Körper“ als Gegenstand der Physik und das „Ich“ als psychophysische Einheit sind nur „relativ beständige, räumlich und zeitlich verknüpfte Komplexe von Farben, Tönen, Drücken u. s. w.“ (A. d. E. 2.) Zunächst ist es ein falscher erkenntnistheoretischer Schritt, die abstrakten Begriffe „einer“ Wissenschaft als das schlechthin letzte Datum „aller“ Erkenntnis

dogmatisch zu postulieren. Die Aufgabe der Erkenntnistheorie ist es vielmehr, die Begriffe der Einzelwissenschaften und ihre Voraussetzungen auf ihren Erkenntniswert aus dem System aller Wissenschaften heraus zu prüfen. Mach aber begeht den Fehler, daß er physikalische Erfahrungen zur Bestimmung der Empfindungs-Elemente benutzt, z. B. die Zerlegung des Geräusches in Schwingungen, die einfachen Tönen entsprechen, oder Zerlegung des Lichtes in Grundfarben (E. u. J. 12. Anmerk.). Damit ist nicht nachgewiesen, daß die Geräuschempfindung eine Summe einzelner Tonempfindungen ist, oder die Lichtempfindung aus den Empfindungen der Grundfarben zusammengesetzt ist. Diesen Nachweis kann nur die Psychologie durch Untersuchung der Empfindungen selbst liefern.

Aber sind diese Elemente wirklich in der Wissenschaft gegeben? Gegeben kann nur etwas dem Denken sein, was durch das Denken selbst aufgefunden werden kann. Daß es aber einfache, nicht weiter „zerlegbare, gleichartige Elemente“ gibt, kann für keine Wissenschaft nachgewiesen werden. Die Analyse der Bewußtseinserlebnisse kann nie beweisen, daß sie auf letzte, nicht mehr zerlegbare Elemente gekommen ist. Daher gibt es in der Psychologie keine „einfachen Empfindungen.“ Sie sind auch nicht „bleibend“ vielmehr in ständigem Wechsel. Sie sind nur qualitativ verschieden und zwar miteinander vergleichbar. Aber sie sind nicht durcheinander meßbar oder zahlenmäßig vergleichbar. Sie können daher nicht addiert oder gar multipliziert werden, denn diese Operationen lassen sich nur mit Quantitäten vollziehen. Es hat daher gar keinen Sinn, von „Komplexen“ von Empfindungen im Sinne „funktionaler Zusammenhänge“, wie sie die Mathematik aufstellt, zu sprechen. Denn diese Beziehungen können nur zwischen qualitativ gleichen Größen, auf die die mathematischen Operationen anwendbar sind, bestehen und konstatiert werden. Eine Gleichung zwischen Elementen, die nicht zahlenmäßig vergleichbar sind, ist eine contradictio in adjecto. Tatsächlich beziehen sich auch alle Formeln, die die experimentelle Psychologie aufstellt, nicht auf Psychisches, sondern auf psychophysische Zusammenhänge, auf die Beziehung zwischen Reiz und Empfindung, wobei nur der Reiz gemessen werden kann, nie die Empfindung. Alle Gesetze, die von einer Größe der Empfindung sprechen, sind daher prinzipiell falsche Interpretationen der Experimente, die nicht einmal als wissenschaftliche Hypothesen bezeichnet werden dürfen, da sie transzendente Empfindungselemente voraussetzen, die nie Gegenstand der

Erfahrung werden können, und da sie auch methodologisch keinen Wert haben. Aber auf Grund von Machs Voraussetzung, daß das Psychische und Physische aus identischen Elementen besteht, ist überhaupt keine Unterscheidung von Reiz und Empfindung möglich, wie noch später gezeigt wird.

Die Erkenntnisobjekte der Physik lassen sich nie auf Empfindungen zurückführen. Die Physik hat nur quantitative Verhältnisse zu untersuchen und ihre Abhängigkeit zu bestimmen. Alles Qualitative, also auch alle in der Empfindung liegenden Unterschiede schaltet sie aus, denn durch Empfindung ist keine „eindeutige Bestimmung" eines Gegenstandes möglich, und die Physik sofern sie Wissenschaft ist, muß eindeutig bestimmen. Wenn dabei die Gleichheit zweier Reize oft durch die Gleichheit zweier Empfindungen festgestellt wird, so schließt Mach daraus, daß nur diese Empfindungen existieren. Aber hier hat er die Empfindung als „Bewußtseinselement" mit der Empfindung als „Gegenstand der Erkenntnis" verwechselt. Die Zerlegung des Lichts in einzelne Farben und deren Zusammensetzung, die Analyse der Geräusche in einzelne Töne, die Untersuchung über die Schwingungszahlenverhältnisse harmonischer oder disharmonischer Töne, lassen die Annahme von Teilempfindungen, die in ihrer Zusammensetzung eine neue Empfindung ergeben, auch nicht einmal als Hypothese zu. Denn eine Hypothese, die ein anschauliches Verhältnis (z. B. die Empfindung der Mischfarbe, des Geräusches, der Harmonie) durch Relationen abstrakter Begriffe zu erklären sucht, die einer andern Wissenschaft entlehnt sind, ist unzulässig, wenn diese Abstraktionen in dem Gebiete der Wissenschaft selbst keine Berechtigung haben. Die Empfindungselemente können aber durch psychologische Analyse nicht nachgewiesen werden.[1])

Mach beabsichtigt durch die Aufstellung seiner Elementenlehre, die Begriffe der mechanischen Naturauffassung, Ding, Atom, gleichbleibende Gestalt bei der Bewegung, Kraft zu ersetzen. Diesen Begriffen, die nur methodische Hilfsbegriffe sind, hatte man eine Realität und zwar eine transzendente Realität zugeschrieben. Man hatte die Atome, die festen, sich gleichbleibenden Dinge, zu Dingen an sich gemacht, von denen die sinnlich wahrnehmbaren Vorgänge nur Erscheinungen waren. Mach will nun diesen Unter-

1) Vergl. Willy, „die Krisis in der Psychologie." Leipzig 1899, über Mach. S. 131—165.

schied zwischen „Ding an sich“ und „Erscheinung“ aufheben. Denn die Annahme, daß „Dinge an sich“, die sinnlich nie wahrnehmbar sind, existieren, hält er für Methaphysik. Es existiert nur der regellose, stets wechselnde Strom des Naturgeschehens, wo sich nie dieselben Phasen wiederholen, nie gleiche Fälle wiederkehren. Der einzige Ansatzpunkt für die Wissenschaft in diesem Chaos, sind die Elemente dieses Stromes, die „einfachen Empfindungen“. Eine Untersuchung aber darüber, wie Mach zu diesem Begriff der „einfachen Empfindungen“ gekommen ist, lehrt, daß sie auf Grund physikalischer Experimente hypothetisch zur Erklärung eingeführt sind. Sie sind also abstrakte Begriffe, was Mach selbst zugibt. (E. u. J. 12. Anmerk. und 133. Anmerk.). Er glaubt aber, daß „allen Abstraktionen Vorstellungen von eigentümlicher Qualität zu Grunde liegen“ (P. V. 122). Doch damit hat Mach den Unterschied zwischen der Anschauung und dem abstrakt begrifflichen Denken verwischt. Das Denken ist spontan und kann Begriffe hervorbringen, denen nichts Anschauliches entspricht. Das „Denken“ eines Begriffs verbürgt noch nicht dessen reale Existenz.

Realität kann nur durch die Anschauung begründet werden. Wenn nun Mach abstrakte Begriffe als real existierend setzt, so ist das eine metaphysische Behauptung, besonders da die „Elemente“ nicht nur im Bewußtsein des erkennenden Subjekts, sondern da ein solches Subjekt selbst aufgehoben ist, als transzendente Wesenheiten existieren.[1]) Machs Elementenlehre ist nicht Phänomenalismus, sondern Metaphysik.

Die erkenntnistheoretische Bedeutung der Empfindung hat Mach überhaupt garnicht untersucht. Er sagt: „Die Empfindung muß man nicht erklären wollen. Sie ist etwas so Einfaches und Fundamentales, daß ihre Zurückführung auf noch Einfacheres, wenigstens heute nicht gelingen kann“ (E. u. J. 44). Die Empfindung allein aber hat überhaupt keine intentionale Beziehung. Sie ist kein selbständiges Datum des Bewußtseins. Sie ist nicht ein „Gegenstand“, der für die Erkenntnis gegeben wäre. Die Empfindung wird erst zum „Gegebenen“, wenn sie vom Denken auf einen Gegenstand bezogen wird. Dieser Gegenstand ist nicht ein Bewußtseinsinhalt, er ist aber auch nicht ein transzendentes Ding, das jenseits aller Erfahrung läge, sondern er ist eine „Aufgabe“, die über den einzelnen Bewußtseinsinhalt hinausweist.[2]) Der

1) Vergl. Hell, „Ernst Machs Philosophie.“ Stuttgart 1907. S. 26 ff.

2) Vergl. Rickert, „Gegenstand der Erkenntnis.“ Leipzig 2. Aufl. 1904.

Positivismus irrt nicht darin, daß er kein transzendentes Sein anerkennt, d. h. ein Sein, das nicht durch das Denken begründet ist; er irrt darin, daß er das Erkennen mit Empfinden und Vorstellen identifiziert. Er macht die Empfindungen zum „Gegenstand", mißt und vergleicht die Empfindungen. Zum Begriff der Erkenntnis kann er nie kommen, da er das urteilende und Aufgaben setzende Subjekt nie erfaßt.

Die Empfindung ist das, was die Realität des Gegenstandes der Erkenntnis begründet. „Was mit den materialen Bedingungen der Erfahrung zusammenhängt, ist wirklich"[1]) sagt Kant. Wenn die Empfindung als ganz bedeutungslos für die Erkenntnis hingestellt wird, kommt man zum Rationalismus. Aber nicht die Materie der Empfindung ist Gegenstand der Erkenntnis, sondern ihre Materie soll aus der Wissenschaft ausgeschaltet werden. Der Sensualismus, und in dieser Beziehung ist auch Mach dazu zu rechnen, will das Objekt der Erkenntnis allein durch die Sinnesempfindungen bestimmen. Aber die Qualität der Empfindung ist zur Bestimmung des Gegenstandes nicht ausreichend. In dem Spektrum und der Reihe der akustischen Schwingungen sind große Gebiete, die nicht mehr durch die Licht- bezw. Ton-Empfindungen angezeigt werden. Elektrizität und Magnetismus sind überhaupt durch keine spezifische Empfindung charakterisiert. Wenn sie auch durch anderweitige Empfindungen wahrnehmbar werden, so ist doch die qualitative Eigenart dieser Erscheinungen durch eine besondere Empfindungsqualität nicht ausgezeichnet. Nach der Lehre von den „spezifischen Sinnesenergieen" ist sogar die Empfindung nicht von der Natur des Reizes, sondern vom Organismus abhängig. Dadurch wird ihr Wert zur Bestimmung des Gegenstandes ganz problematisch. Daß auch methodologisch die Psychologie hinter der Naturwissenschaft zurücksteht, hat Mach selbst eingesehen. Die psychologische Selbstbeobachtung ist nicht „von derselben Exaktheit und allgemeinen Kontrollierbarkeit, wie jene von den Objekten der Umgebung" (P. V. 439).

Seine antimetaphysischen Bestrebungen führen Mach auch dazu, die Einheit des „Ich" aufzuheben und es in einen Komplex von Elementen aufzulösen. Mach faßt den Begriff des Ich nicht eindeutig. Einmal bezeichnet er mit Ich das Selbstbewußtsein (A. d. E. 3) (Nur dieses kann verschwommen oder verdoppelt sein)

1) „Kritik der reinen Vernunft." 2. Aufl. S. 265.

oder Ichbewußtsein (A. d. E. 21). Dies hat verschiedene Grade und setzt sich aus früheren Erinnerungen zusammen. Sonst nennt er „Ich" die psychischen Vorgänge, den Gegenstand der Psychologie. Diese hält er für einen „räumlichen und zeitlichen Komplex von Empfindungen" (A. d. E. 2), die kontinuierlich wechseln. Dann sind meine Empfindungen nicht unterschieden von denen eines Andern. „Dieselben Elemente hängen in vielen Verknüpfungspunkten, den Ich zusammen. Diese Verknüpfungspunkte sind nichts Beständiges" (A. d. E. 294). Für die Erkenntnistheorie wichtig wird diese Stellung, wenn er die Abgrenzung des Ich als eine willkürliche bezeichnet. Das Ich im weitesten Sinne umfaßt die ganze Welt. „Der Gegensatz zwischen Ich und Welt, Empfindung oder Erscheinung und Ding fällt dann weg" (A. d. E. 11). Im engeren Sinne ist das Ich das psychophysische Individuum, das nur einem unmittelbar gegebene (E. u. J. 5). Aber diese Abgrenzungen sollen nur „praktische", keine realen Einheiten sein. Das Problem, daß verschiedene Beobachter verschiedene Vorstellungen von demselben Gegenstand haben, soll damit als nichtig erkannt sein. „Wollte man das Ich als eine reale Einheit ansehen, so käme man nicht aus dem Dilemma heraus, entweder eine Welt von unerkennbaren Wesen demselben gegenüberzustellen, oder die ganze Welt . . . nur als in unserm Ich enthalten anzusehen" (A. d. E. 23).

Die Einwände der Psychologie gegen diese Behauptungen Machs will ich hier nicht untersuchen.[1]) Aber die Erkenntnistheorie muß untersuchen, ob unter diesen Voraussetzungen überhaupt Erkenntnis möglich ist. Das Wesen der Erkenntnis besteht darin, daß Urteile, die den Anspruch machen, wahre zu sein, gefällt werden. Und dieser Anspruch muß ein begründeter sein, sonst können die Urteile keine giltigen sein. Wenn nun aber blos Elemente existieren, die in keiner realen Beziehung stehen, wie kann unter diesen von einer Begründung die Rede sein? Innerhalb des „Objektes" gibt es nicht den Begriff von wahr und falsch. Die Elemente existieren einfach. Es hat keinen Sinn, ihre Verbindungen wahr oder falsch zu nennen. Wenn die Elemente nicht selbst vorstellende Wesen wären, also Monaden im Sinne Leibniz', könnte überhaupt kein Urteil über die Existenz dieser Elemente

1) Darüber siehe Reinhold: „Machs Erkenntnistheorie. Leipzig 1910. In diesem Buch sind besonders die psychologischen und erkenntnistheoretischen Einwände gegen Machs Theorie von den „Elementen" behandelt.

zustande kommen. Zu jedem Urteil, zu jeder Begründung gehört ein Subjekt, das sie vollzieht, das ihre Giltigkeit begründet, denn Giltigkeit ist etwas anderes als reale Existenz. Dieses Subjekt ist aber nicht das „empirische Ich", das selbst nur ein Objekt, ein Gegenstand der Erfahrung ist. Das empirische Ich wird in der Selbstwahrnehmung erfaßt, aber zu dieser Erfassung gehört wieder ein Ich. Dieses Ich von Kant als die „transzendentale Einheit der Apperzeption" bezeichnet, dieses Ich ist ein Objekt der Erkenntnis; es ist bei jeder Erkenntnis vorausgesetzt. Es macht die logische Beziehung im Urteil möglich, es gibt der Erkenntnis ihre Einheit. Dieses transzendentale Ich ist kein metaphysischer Begriff, es ist die logische Voraussetzung aller Erkenntnis. „Das: Ich denke, muß alle meine Vorstellungen begleiten können."[1]) Dies Ich ist eine „absolute aber logische Einheit des Subjekts."[2]) Mach ist überhaupt zu dem Begriff dieses erkenntnistheoretischen Subjekts garnicht gekommen. Dies rührt daher, daß er als Ausgangspunkt der Erkenntnistheorie nicht das Subjekt nimmt, sondern das Objekt; eine Folge seines Erkenntnisbegriffs. Erkenntnis ist für ihn nicht ein System von Urteilen, das über allen zeitlichen Wechsel gilt, und dessen Wesen in dieser Geltung besteht. Sie ist für ihn eine relativ beständige, historische, biologische Erscheinung.

Die überzeitliche Giltigkeit der Erkenntnis ist nur möglich durch die Beziehung auf einen einheitlichen Gegenstand, wodurch ihr objektive Geltung gegeben wird. „Verbindung liegt aber nicht in den Gegenständen und kann von ihnen nicht durch Wahrnehmung entlehnt werden, . . . sondern ist allein Verrichtung des Verstandes."[3]) Eine solche Synthese ist natürlich bei Machs Voraussetzung eines komplexen Ich unmöglich. Wenn nur Elemente existieren, müßte die Verknüpfung selbst ein Element sein. Dieses müßte wieder mit den ursprünglichen verknüpft sein. Wäre die Verbindung wieder ein Element, müßte sie wieder mit den vorhergehenden verbunden sein u. s. f. Dies führte auf eine unendliche Reihe von Elementen. Wenn also die „Synthesis" die eigentliche Funktion des Denkens ist, sind die „Formen" der Synthese notwendige Voraussetzungen allen Denkens. „Die objektive Giltigkeit der Kategorie als Begriff a priori" beruht darauf, daß durch „sie

1) Kant „Kritik der reinen Vernunft". 2. Aufl. S. 131.
2) l. c. 1. Aufl. S. 356.
3) l. c. 2. Aufl. S. 134.

allein Erfahrung möglich sei.“[1]) Sofern aber alles Denken in den Kategorien sich vollziehen muß, begründen sie die Notwendigkeit und dadurch die Allgemeingiltigkeit und Objektivität des Denkens. Wenn man die Kategorien aus der „Erkenntnistheorie“ streicht, ist die Möglichkeit objektiver Erkenntnis überhaupt aufgehoben. Auch Machs „Relativismus“ hat darin seine Wurzel, daß von „Formen der Synthesis“ bei ihm keine Rede sein kann, da er das „Ich“, also die Einheit der Synthesis überhaupt aufgehoben hat. Die Unmöglichkeit, den Gegensatz zwischen Subjekt und Objekt zu leugnen, zeigt sich schon an den Widersprüchen, in denen diese These zu Machs weiteren Ausführungen steht. Die Erkenntnis besteht in der Wahrnehmung des Flusses der Elemente. Wie kann aber ein „Ich“, das selbst veränderlich ist, einen „Wechsel“ wahrnehmen? Dazu ist ein absolut beständiges Ich erforderlich. Ferner kann ohne eine Zeitanschauung, also eine formale Beziehung, überhaupt von keinem Wechsel gesprochen werden. Denn wäre die Zeit eine Empfindung, so müßte ich, um deren Wechsel wahrzunehmen, wieder eine Zeit voraussetzen. Ferner bezeichnet Mach selbst die Aufbewahrung von Erinnerungen, Zusammenhang derselben, Wiedererweckbarkeit durcheinander, Gedächtnis und Assoziation als die Grundbedingung eines psychischen Lebens (A. d. E. 192). Aber unter bloßen Elementen sind diese Beziehungen nicht möglich, wenn man nicht etwa noch Erinnerungsgefühle oder „hindeutende Zeichen“ der Erinnerungsvorstellungen annimmt. Damit wäre aber natürlich ebensowenig das Problem, daß ein früher stattgehabtes Erlebnis in einem „andern Zeitpunkt“ betrachtet wird, nicht gelöst. Den schwersten Widerspruch aber begeht Mach, indem er doch „formale Prinzipien in die Erkenntnistheorie“ einführt unter dem Namen der „praktischen Gesichtspunkte der Betrachtung.“ Ohne die Einheit des „Ich“ ist eine „Wertung, eine Zielsetzung, ein Streben“ nicht möglich. Die „formalen Prinzipien“ folgen also nicht aus Machs Voraussetzungen. Aber es soll jetzt untersucht werden, ob durch sie eine Allgemeingiltigkeit der Erkenntnis gesichert werden kann.

Das einzige „formale Prinzip“, das Mach in seine Erkenntnistheorie aufnimmt, ist das Ökonomieprinzip. Ökonomie ist ein durch die Biologie und die Nationalökonomie eingeführter Begriff. Der Mensch kann bei seinem kurzen Leben, seiner begrenzten Anschau-

1) l. c. 2. Aufl. S. 126.

ungskraft und Übersichtsmöglichkeit abstrakter Gedanken nicht zu einer einigermaßen vollständigen Kenntnis der Tatsachen kommen, wenn er nicht möglichst ökonomisch verfährt. Die Ökonomie ist also ein teleologischer Gesichtspunkt, unter dem die Wissenschaft betrachtet wird, und gehört als solcher nicht zu den logischen Prinzipien. „Das Ökonomisieren, Harmonisieren, Organisieren der Gedanken, welches wir als ein biologisches Bedürfnis fühlen, geht weit über die Forderung der logischen Widerspruchslosigkeit hinaus". (E. u. J. 176). „In der Natur geschieht nur das, und nur so viel, als geschehen kann, und dies nur auf eine Weise. In diesem Sinne kann also von Ökonomie in den physischen Vorgängen keine Rede sein" (W. 393). Aber in der Wissenschaft können Darstellungen auf verschiedene und verschieden ökonomische Weise erreicht werden. „Die Ökonomie wird uns einen wertvollen orientierenden Gesichtspunkt bieten" (W. 394). Es ist also ein regulatives Prinzip, das zum Ordnen der Erkenntnis dient und nur methodologische Bedeutung hat. Aber Mach bleibt bei der formalen Formulierung des Ökonomieprinzips stehen, und gibt kein Kriterium, welche Gedanken inhaltlich der Forderung der Ökonomie entsprechen. Denn was ein biologisches Bedürfnis ist, kann nur bestimmt werden, wenn man einen Zweck des Lebens kennt. Die Erhaltung der Art kann kein letzter Zweck sein (A. d. E. 68). Sonst bewegt sich die Zweckbetrachtung im Zirkel. Im übrigen ist das Kriterium für die Erreichung dieses Zieles blos das Gefühl des Bedürfnisses des Einzelnen, das intellektuelle Unbehagen. Dieses aber ist subjektiv bedingt. Die Wissenschaft würde dadurch einem vollständigen Relativismus und Subjektivismus ausgeliefert sein. Noch ein anderer Versuch Machs, ein Maß für die durch bestimmte Gedanken ersparte Energie zu finden, (P. V. 445 ff.) schlägt vollständig fehl. Wieviel Arbeit eine wissenschaftliche oder technische Erfindung erspart, hängt hauptsächlich von den äußeren Umständen, ihrer Bekanntmachung und Anwendung ab, und ist nie im Voraus zu bestimmen. Da aber nach Mach Energie nichts Reales, sondern ein praktischer, ökonomischer Begriff ist, würde sich diese ganze Ableitung im Zirkel bewegen. Das Psychische ist keine „Energie", denn ein Gedanken läßt sich nicht in andere Energieformen umwandeln. Ein „immanentes" Maß des Energiewertes eines Gedankens kann nicht bestimmt werden.

Mach hat das Ökonomieprinzip aber auch als ein „theoretisches" aufgefaßt, falls in seiner Erkenntnistheorie der Unter-

schied zwischen theoretischen und praktischen Gesetzen überhaupt einen Sinn hat. Das Prinzip ist ein „klares, logisches Ideal, welches selbst nach vollendeter logischer Analyse noch seinen Wert behält“ (M. 538). Außerdem sagte er, die Natur ist nur einmal vorhanden, in ihr gibt es nur Wechsel, keine gleichen Fälle. Aber eine Wissenschaft könnte nicht bestehen, wenn wir nicht etwas Bleibendes finden könnten. „Nur unser schematisches Nachbilden erzeugt gleiche Fälle“. „Alle unsere Bemühungen, die Welt in Gedanken abzuspiegeln, wären fruchtlos, wenn es nicht gelänge, in dem bunten Wechsel Bleibendes zu finden“ (P. V. 230). Dies Erzeugen „gleicher Fälle“ kann aber nur mittels des Ökonomieprinzips geschehen, das damit ein Erfahrung überhaupt erst möglich machendes Prinzip wird. Die Begriffe des Raumes, der Energie und der Substanz führt Mach auch auf das Ökonomieprinzip zurück. Der metrische Raum der Physik ist nach Mach ein abstrakter Begriff, der um das Streben nach Ökonomie zu befriedigen, eingeführt ist. Das Gesetz der Erhaltung der Energie wie „der Substanzbegriff haben ihren trifftigen Grund in der Ökonomie des Denkens“ (M. 549). Danach faßt Mach das Ökonomieprinzip als ein konstitutives auf, das den Gegenstand der Erfahrung erst konstituiert.

Welche Bedeutung das Ökonomieprinzip als Methode der Forschung hat, kann hier nicht untersucht werden. An Beispielen ist dies von Mach in seiner Wärmelehre und Mechanik genug erwiesen worden, und eine systematische Untersuchung darüber hat Husserl[1]) angeregt. Eine teleologische Betrachtung in einer Wissenschaft hat stets nur den Wert einer Methode der Darstellung oder der Forschung. Sie dient dazu, die einzelnen Tatsachen zu ordnen, indem man sie hinsichtlich eines Zweckes betrachtet, inwiefern sie geeignet sind, diesen Zweck zu realisieren. Aber vorausgesetzt ist dabei stets, daß die Tatsachen als solche gegeben sind. Vor allem aber müssen die logischen Operationen unabhängig von dieser Zweckbetrachtung abgeleitet sein, denn nur nach ihnen kann über die Richtigkeit der teleologischen Betrachtungen entschieden werden. Um überhaupt einen „Gegenstand“ der Wissenschaft zu erhalten, sind bereits die logischen Kategorien vorausgesetzt, unter denen er gedacht werden muß, um in ein System allgemeingiltiger Urteile eingehen zu können. Erst durch diese kategoriale Betrachtung ist der Begriff der Natur, als einer gesetzmäßigen, möglich. Der

1) Husserl: „Logische Untersuchungen“ Halle 1900. S. 192—210.

Verstand schreibt der Natur seine Gesetze vor. Er schafft erst die Natur. Wird die Teleologie als konstitutive Kategorie betrachtet, so legt man der Natur selbst Zielstrebigkeit und Sparsamkeit zu. Aber dies hat wissenschaftlich keinen Sinn. In der Natur gibt es nur Tatsachen, kein Streben. „Die Erkenntnistheorie will erkennen, was die Möglichkeit einsichtiger Erkenntnis des Realen, und was die Möglichkeit von Wissenschaft überhaupt in objektiv-idealer Hinsicht ausmacht“ [1]). Sie fragt, wann eine Erkenntnis giltig ist. Zu der Beantwortung dieser Frage kann aber die ökonomische Betrachtung nichts beitragen. Die Erkenntnistheorie stellt Gesetze auf (nicht im Sinne von Naturgesetzen, nach denen das Denken tatsächlich verläuft) nach denen gedacht werden „soll“, um richtig zu denken. Die ökonomische Betrachtung kann aber nur den „tatsächlichen“ Verlauf des Denkens betreffen. Wenn Ökonomie als Erkenntnis konstituierend angesehen wird, ist die Frage nach der „Geltung“ der Gedanken verwechselt mit der psychologisch realen Betrachtung. Es ist ein erkenntnistheoretisches Gesetz, möglichst weitgehend alle Einzeltatsachen von allgemeineren Gesetzen abzuleiten. Vollständige Rationalisierung ist ein logisches Ideal, das durch den Begriff der Wissenschaft als „systematischer Einheit“ gefordert ist. Dies ist aber kein Naturgesetz, nach dem das Denken tatsächlich verläuft. Das wirkliche Denken verstößt oft gegen dies Prinzip. Wer „Ökonomie“ zum erkenntnistheoretischen Prinzip macht, kommt zum „Psychologismus“, d. h. er sieht die „idealen“ Denkgesetze als Naturgesetze, nach denen das Denken tatsächlich verläuft, an. Mach kommt zu diesem Standpunkt, weil auf Grund seiner Voraussetzungen zwischen psychologischer „Entstehung“ eines Gedankens und „Geltung“, zwischen Biologie und Logik nicht prinzipiell geschieden werden kann. Die einzelnen Fälle, in denen er diesen Fehler begeht, sollen noch betrachtet werden. Die Prinzipien der Kontinuität und Differenzierung, die Mach von dem Ökonomiegesetz ableitet, folgen nicht aus ihm. Bei ihnen liegt wieder die Verwechslung des erkenntnistheoretischen Grundsatzes, einen Erklärungsgrund möglichst allgemein auf ein Tatsachengebiet anzuwenden, mit einem psychologischen Gesetze der Gewöhnung vor.

Daß Mach zwischen logischer und psychologischer Betrachtung der Gedanken in keiner Weise unterscheiden kann, zeigt sich be-

1) Husserl: l. c. S. 206.

sonders bei dem Problem der „objektiven Wirklichkeit“ der „Tatsächlichkeit“. Er bezeichnet als die Aufgabe der Wissenschaft, eine möglichst vollständige Beschreibung der Tatsachen zu geben, die unvollständig gegebenen „Tatsachen“ in Gedanken zu ergänzen und dadurch zu einer Vorausberechnung der „Tatsachen“ zu kommen. Der Ausdruck „Tatsache“ kommt in den verschiedensten Beziehungen vor, ohne daß Mach untersucht hätte, was denn tatsächlich, objektiv ist. In der „Analyse der Empfindungen“ sind die Elemente oder Empfindungen als das tatsächlich allein existierende bezeichnet. Alle anderen Begriffe der Wissenschaft sind nur zu praktischen Zwecken hinzugedachte Gedankengebilde. Die Ansicht ist oben schon widerlegt, und es wurde nachgewiesen, daß die Empfindung überhaupt keine Intentionalbeziehung hat. An anderen Stellen hat Mach den Begriff der Tatsache auch weiter gefaßt (E. u. J. 314 f.). „Die Grundlage aller Erkenntnis ist die Intuition, welche sich sowohl auf sinnlich Empfundenes, wie auf blos anschaulich Vorgestelltes, als auch auf potentiell Anschauliches, Begriffliches beziehen kann.“ Aber auch hier „tritt schon unwillkürlich Nichtbeachtung der unwichtig erscheinenden Elemente ein“. Jedenfalls hat Mach die „Tatsache“ als etwas unmittelbar Gegebenes angesehen. Der Gegenstand der Wissenschaft existiert an sich, und die Wissenschaft hat dies nur zu konstatieren und ihn zu beschreiben. Die Einzelwissenschaft setzt ihre Gegenstände als gegeben voraus, ohne zu untersuchen, wie die Erkenntnis überhaupt zum „Gegenstand“ kommt. Mach hat diese Methode der Einzelwissenschaften auch auf die Erkenntnistheorie angewandt. Die Gegenstände sind zu transzendenten Realitäten geworden. Von seinen Voraussetzungen aus kann er nur eine Beschreibung der Erfahrung, nie eine Untersuchung der Möglichkeit der „Erfahrung überhaupt“ geben. Die Wirklichkeit des Gegenstandes hat Mach vorausgesetzt. Daher haben für ihn alle Elemente der Erfahrung dieselbe Dignität in logischer Hinsicht. „Jede einzelne Tatsache als solche besteht“ (E. u. J. 116). Keine hat eine höhere Realität als die andere. In der Erkenntnis hat es dann auch keinen Sinn, von notwendigen Sätzen zu reden. „Eine physikalische Notwendigkeit existiert nicht“ (W. 435). „Die Theorie hat keinen höheren Wert als die Tatsache“ (W. 398). Es fehlt bei Mach jedes Kriterium der Realität. Alle Erlebnisse sind gleich wirklich. „Auch der wüsteste Traum ist eine Tatsache. Wären unsere Träume regelmäßiger; zusammenhängender, stabiler, so wären sie

praktisch wichtiger“ (A. d. E. 9). Der Traum kann nicht von der Wirklichkeit unterschieden werden.

Der Gegenstand ist nicht die einzelne Empfindung. Er ist auch nicht die Vorstellung. Sondern im „Gegenstand“ stecken auch „nicht vorstellungsmäßige“ Elemente. Dies ist die Beziehung der Vorstellung auf den „einen“ Gegenstand. Die Vorstellungen sind subjektiv. Durch diese Beziehung erhalten sie objektive Wirklichkeit. Diese „Einheit“ des Gegenstandes kann nicht in den Vorstellungen, die nichts mit einander zu tun haben, liegen; sie ist bedingt durch die „Einheit des erkennenden Subjekts“. Ohne die Einheit des Gegenstandes wäre eine objektive, allgemeingiltige, einheitliche Wissenschaft nicht möglich. Der Gegenstand ist also nicht etwas schlechthin gegebenes. Er ist eine Aufgabe, ein X, das durch das Denken eindeutig bestimmt werden soll, was durch die Funktion des Urteils erfüllt wird. Er ist vom Subjekt abhängig, insofern er durch die Formen der Erkenntnis bestimmt wird. Aber deswegen ist er nicht ein abstrakter Begriff.[1]) Damit überhaupt eine Abstraktion stattfinden kann, ist der „Gegenstand“ vorausgesetzt, weil sonst nichts vorhanden wäre, wovon abstrahiert werden sollte. Der „Gegenstand“ ist ein System von Urteilen. Er ist kein Einzelding, aber er ermöglicht es, daß die Einzeldinge in die Erfahrung eingehen. Der Gegenstand erhält dadurch kategoriale Bedeutung. Mach ist zu der Erkenntnis, daß die Tatsache eine Aufgabe ausdrückt, nicht durchgedrungen.[2]) Wenn die Tatsache aber als etwas Gegebenes angesehen wird, kann sie nur im Bewußtseinsinhalt des Einzelnen liegen, woraus sich Machs extremer Relativismus ergibt. Jede Erkenntnis ist nur ein „Standpunkt“ bei Betrachtung der Tatsachen. „Kein Standpunkt hat eine absolute, bleibende Geltung. Jeder ist nur wichtig für einen bestimmten Zweck“ (A. d. E. 30).

Auch in einem anderen Versuch Machs, die Erkenntnistheorie auf „Biologie“ zurückzuführen, liegt derselbe Fehler, daß der „Gegenstand der Biologie“ als unmittelbar gegeben angesehen wird. „Gedanken sind Naturwesen“, die sich wie lebende Wesen geberden (P. V. 74). Hier liegt aber gerade im Begriff des „Naturwesens“ der „Natur“ überhaupt ein Problem. Die Natur ist eine Aufgabe, eine Einheit in dem System unserer wissenschaftlichen Urteile her-

1) Vergl. Cohen „Logik der reinen Erkenntnis“. Berlin 1902. S. 268ff.

2) Nur an einzelnen Stellen finden sich Andeutungen, daß die Tatsachen nichts Gegebenes sind. P. V. 283. E. u. J. 141. 149f. 316.

zustellen, wodurch ihr systematischer Zusammenhang erst möglich wird. Der Begriff der „Natur“ wird also durch die Naturwissenschaften erst immer weitergehend bestimmt. „Anpassung der Gedanken an die Tatsachen“ (E. u. J. 164 ff.) bezeichnet Mach als die Aufgabe der Wissenschaft. Aber an was sollen sich denn die Gedanken anpassen, wenn die Tatsachen erst durch unser Denken erzeugt werden? Im übrigen kann von Anpassung nur in Rücksicht auf einen zu erreichenden Zweck gesprochen werden. Nur Lebewesen können sich in ihren Zwecken an etwas anpassen. Damit wäre aber ein teleologischer Gesichtspunkt als konstitutives Prinzip gesetzt. Auch in anderer Weise hat Mach die Ergebnisse der Biologie zur Begründung einer Erkenntnistheorie verwertet. Die Entstehung der Raumvorstellung sucht er durch ein „biologisches Bedürfnis“ zu erklären (A. d. E. 151 ff.). „Allgemein biologische Erwägungeu drängen zu einer homogenen Auffassung des optischen und haptischen Raumes“. Nach Machs Ausführungen muß dies so verstanden werden, daß die Raumvorstellung, die vorher nicht vorhanden war, durch die biologische Betrachtung erst entsteht. Doch wie kann die Biologie, die von lebenden Körpern und deren Bewegungen im Raume handelt, überhaupt ihren Gegenstand bestimmen, ohne den Raumbegriff vorauszusetzen? Machs „Erklärung“ der Raumvorstellung wäre also eine petitio principii. Wenn aber Machs Meinung die ist, daß zwar die Raumempfindung vorhanden, aber die Entstehung des homogenen, physikalischen Raumbegriffs aus der Biologie zu erklären sei, so wäre damit die Mathematik und Physik von der Biologie abhängig gemacht. Die Exaktheit und Notwendigkeit der mathematischen Sätze könnte aber durch die unsicheren der exakten Begründung nicht zugänglichen Ergebnisse der Biologie nie bewiesen werden. Die Wissenschaft ist in ihrer Entwicklung vielfach durch praktisch-biologische Zwecke beeinflußt, jedoch ihre theoretischen Grundlagen sind bei jeder teleologischen Betrachtung vorausgesetzt, müssen also von der Erkenntnistheorie, unabhängig von der Biologie, entwickelt werden.

III. Anschauungstheorie.

Die Anschauung ist nach Mach Grundlage aller Erkenntnis. Er sagt: (E. u. J. 315) „Die Grundlage aller Erkenntnis ist die Intuition, welche sich sowohl auf sinnlich Empfundenes, wie auf

blos anschaulich Vorgestelltes, als auch auf potentiell Anschauliches, Begriffliches beziehen kann". Aber aus dieser Formulierung ist auch zu ersehen, daß Mach das Wesen der Anschauung keineswegs scharf formuliert. Er hat sie von der Sinnesempfindung und anschaulichen Vorstellung einerseits und dem Begriff andrerseits nicht streng unterschieden. Nun hängt aber der Unterschied aller Systeme der Erkenntnistheorie lediglich davon ab, wie das Wesen der Anschauung definiert wird. Eine scharfe Bestimmung des Wesens der Anschauung ist also erstes Erfordernis jeder Erkenntnistheorie.

Die Anschauung darf nicht mit der Sinnesempfindung identifiziert werden. Dies hat Mach meistens getan. In der Analyse der Empfindungen hat er als Grundvoraussetzung den Satz vorangestellt, „Es existieren nur Empfindungen" oder „Elemente". Auch in seinem eigentlich erkenntnistheoretischen Werk: „Erkenntnis und Irrtum", setzt er voraus, daß alles Psychische, also auch alle Erkenntnisvorgänge aus Empfindungen bestehen. Durch Vermischung der Empfindungen mit Erinnerung früherer Empfindungen entsteht die Wahrnehmung. Vorstellungen sind auch Erinnerungsspuren früherer Erlebnisse (E. u. J. 21f.). Vorstellung und Wahrnehmung ist bei Mach in Bezug auf die Erkenntnis nicht zu unterscheiden. Denn ihre größere oder geringere Intensität und Flüchtigkeit sind doch nur relative Unterschiede (A. d. E. 163). — „So geht alles intellektuelle Leben von den Sinnesempfindungen aus und kehrt wieder zu diesen zurück". Sie sind das Ziel der Erkenntnis (E. u. J. 144.). Die Sinnesempfindung ist für Mach schlechthin „gegeben". Was bedeutet aber „gegeben?" Es kann nicht bedeuten, daß eine Empfindung im seelischen Leben auftritt. Denn das bloße Auftreten macht noch nicht, daß sie von uns erkannt wird. Wenn sie zum Gegenstand der Erkenntnis werden soll, muß ein besonderer intentionaler Akt auf ihr Erfassen gerichtet sein. Sie muß in irgendwelche Beziehung mit der Erfahrungswelt treten, und dies kann sie nur, wenn sie in Bezug zu dem erkennenden Subjekt tritt. „Gegeben" im Sinne von „existierend" heißt, sie ist als einheitlicher Gegenstand bestimmt; im System der Erfahrungswelt ist ihr eine eindeutig bestimmte Stelle angewiesen. Die Bestimmung geschieht durch das Denken in einem System von Urteilen. Erst dadurch ist die „Existenz" begründet, die objektive Existenz. Dieses Problem, das in der Existenz liegt, diese Aufgabe der vollständigen Bestimmung, die eine unendliche ist, und infolge dessen nie ganz erfüllt werden kann, sondern stets Aufgabe bleibt, hat Mach nicht

erkannt. Diese Aufgabe aber ist es, die das Denken zur Anschauung erhebt, das Denken konkret macht, die die Erkenntnis auf einen „Gegenstand" bezieht. Die Empfindung kann das aber nie; sie ist an sich, zusammenhanglos betrachtet, subjektiv, das heißt ohne Beziehung auf die objektive Wirklichkeit, sie ist nicht eindeutig bestimmbar, da sie dem Denken als etwas vollständig Heterogenes gegenüber steht, das mit den Mitteln des Denkens nicht gefaßt werden kann. Vor allem fehlt der Empfindung die „Einheit", wodurch sie von allem andern als eine „einzige" unterschieden werden kann, und für jedes erkennende Subjekt als eine und dieselbe Empfindung gilt. Mach hat die Empfindung zu einem Dinge gemacht und ihr Existenz beigelegt. Aber „Existenz" ist das Produkt des Denkens, insofern es auf Anschauung als seine letzte Aufgabe abzielt. Eine Existenz, die nicht durch das Denken bestimmt werden kann, wie sie den Elementen zukommt, ist metaphysisch. Die Wissenschaft kann darüber nichts aussagen, da die Kategorieen auf sie nicht anwendbar sind. Diese Einwände bleiben bestehen gegen die Identifizierung der Anschauung mit einem Komplex von Empfindungen. Mach sagt: „Das ganze System der räumlich und zeitlich geordneten Empfindungen, welche uns der Gesichtssinn zuführt, . . . was sich in einem Blick erkennen läßt, nennen wir vorzugsweise Anschauung." Aber auch auf den anderen Sinnesgebieten gibt es Anschauungen, die durch den Vorstellungstypus des Individuums bedingt sind (E. u. J. 150). Da für Mach Raum und Zeit nur Empfindungen sind, ist also in der obigen Definition ein System von Empfindungen, das noch nicht vom Denken bearbeitet ist, gemeint. Es hat als solches den subjektiven Charakter, wie die einzelne Empfindung. Eine objektive Wissenschaft kann also auf ihm nicht begründet werden. Es erwächst hier noch die neue Aufgabe, aus diesem Komplex die verschiedenen Empfindungen heraus zu analysieren. Aber jede Analyse setzt eine vorherige Synthese voraus. Das aber hat Mach übersehen, daß gerade darin ein Problem steckt, wie ein solcher „Komplex", ein „System" von Empfindungen, wie überhaupt Beziehungen zwischen den Empfindungen möglich sind.

Die Anschauung ist das Ziel des Denkens, aber sie ist nicht „allein" Denken. Ohne Anschauung sind alle Begriffe willkürliche Abstraktionen und brauchen keine Erkenntnis eines Gegenstandes zu vermitteln. Da nun bei Mach der Begriff von der Vorstellung nicht gesondert ist, hat er verschiedentlich auch die Anschauung

von dem abstrakten Begriff nicht getrennt. Er zählt z. B. zu den intuitiven Urteilen, die sich auf Anschauung gründen, die Urteile: „Der Stein fällt ohne Unterlage zu Boden", „Wasser ist flüssig", „Holz läßt sich bei Luftzutritt entzünden" (E. u. J. 114). Die Bestandteile dieser Urteile sind zweifellos abstrakte Begriffe, und es ist nicht verständlich, wie Mach diese Urteile auf Beziehungen von Sinnesempfindungen zurückführen will. Besonders deutlich aber ist Machs Verwechslung von Anschauung und Begriff, wenn er den mathematischen Raum und die Zeit der Mechanik und Naturwissenschaft als abstrakte Begriffe bezeichnet. Die reine Mathematik, die Mechanik und die theoretische Physik werden damit zu Systemen abstrakter Begriffe. Die Berechtigung dieser Abstraktionen hat Mach nicht erwiesen. Warum ihre Eegebnisse auf Erfahrungstatsachen anwendbar sind, kann er nicht nachweisen. Die Folge dieser rationalistischen Ansichten ist aber, daß eine exakte Behandlung der Erfahrungsobjekte aufgehoben wird.

Andrerseits führt die Elemententheorie Mach zu einem vollständigen Sensualismus und Subjektivismus, da ja alle Wissenschaft nur die Empfindungen des einzelnen Subjekts zu beschreiben hat, und ein Behaupten eines „Allgemeingiltigen" keine Berechtigung haben kann. Die allgemeinsten Sätze, die jede Wissenschaft zu ihrem Ausgangspunkt macht, sind nach Mach „instinktive Erfahrungen." Diese instinktiven Erkenntnisse haben eine höhere Autorität als die direkten Beobachtungen (M. 28). Diese höhere Autorität rührt daher, daß wir wirklich fühlen „daß wir selbsr zu dem Zustandekommen einer instinktiven Erkenntnis nichts beigetragen, daß wir nichts willkürlich hineingelegt haben, sondern daß sie ganz ohne unser Zutun da ist. Das Mißtrauen gegen unsere eigene subjektive Auffassung des Beobachteten fällt also weg" (M. 29). „Wir wissen nicht mehr, wie wir sie erworben haben, und können daher an der Art der Erwerbung nichts mehr bemängeln. Sie scheinen uns als etwas von Subjektivität Freies, Fremdes" (M. 83). Die Bezeichnung „instinktiv" kann aber nur unverstandene und unanalysierte Erkenntnis bedeuten. Sie kann daher keine größere Sicherheit haben als eine mit Bewußtsein vollzogene Beobachtung; und wenn diese nur Giltigkeit für das einzelne Subjekt hat, hat es die instinktive Erkenntnis ebenfalls. Die instinktive Erkenntnis muß ebenso begründet werden, wie jede Einzelerkenntnis. Daß die instinktiven Erkenntnisse Irrtümer enthalten können, gibt Mach auch selbst zu. „Gewöhnlich finden wir dann, daß dasselbe Prinzip,

zu dessen Begründung wir die instinktive Erkenntnis herangezogen hatten, wieder die Grundbedingung für das Entstehen dieser Erkenntnis bildet" (M. 30). Der Forderung, die Möglichkeit allgemeiner Prinzipien der Erkenntnis zu erweisen, kann also durch instinktive Erkenntnis nicht genügt werden.

Durch Machs Elementenlehre ist auch seine Polemik gegen Kants Begriff des „Dinges an sich" verursacht. Wenn nichts als die Elemente existieren, und die Wissenschaft nur die Beziehungen zwischen ihnen festzustellen hat, hat es allerdings keinen Sinn, ein „Ding an sich", „über das keine Erfahrung mehr denkbar ist", anzunehmen. Daher meint Mach, Kant habe diese Annahme nur gemacht, um nicht als Phantast zu erscheinen (A. d. E. 295. Anm.). „Das monströse, unerkennbare Ding an sich, welches hinter den Erscheinungen steht, ist der unverkennbare Zwillingsbruder des vulgären Dinges, welcher den Rest seiner Bedeutung verloren hat. Nachdem durch Verkennen der Grenze U (Grenze des eigenen Leibes) der ganze Inhalt des Ich zum Schein gestempelt ist, was soll uns da noch ein unerkennbares Etwas, außerhalb der vom Ich niemals überschreitbaren Grenzen?" (E. u. J. 10). Aus diesen Stellen ersieht man, daß Mach den Unterschied zwischen Ding an sich und Erscheinung so aufgefaßt hat, daß der Gegenstand der Physik das Ding an sich, und die Wahrnehmungen von ihm seine Erscheinungen sind. Aber der Gegenstand der Physik und der Sinnesphysiologie sind selbständig, von einander unabhängig; keiner ist von dem andern abgeleitet. Jede Wissenschaft untersucht unabhängig von der andern ihre Objekte und befolgt ihre eigenen Methoden. Aber insofern die Objekte unter den Bedingungen der Erkenntnis stehen, von einem Subjekt abhängig sind, sind sie beide „Erscheinungen." Dies bedeutet aber, daß sie nur „vorläufige" Bestimmungen des Gegenstandes sind, der selbst eine unendliche Aufgabe ist. Jede einzelne Wissenschaft kann nur mit solchen vorläufigen Begriffen operieren, die nie als „endgültig gegeben" gelten können. Die unendliche, nie erfüllbare Aufgabe der Gegenstandsbestimmung aber bezeichnet das „Ding an sich." Es gibt der Wissenschaft höchste objektive Bedeutung, es ist logisch notwendig, wenn es überhaupt einen „einheitlichen" Gegenstand geben soll. Es spielt also durchaus keine „müßige" Rolle, wie Mach sagt (A. d. E. 24). Durch das Ding an sich wird auch nicht die Erkenntnis zum Solipsismus herabgedrückt (l. c. 292), sondern gerade ihre Objektivität begründet.

Aus Machs Anschauungstheorie folgt unmittelbar sein Raum- und Zeitbegriff. Für Mach gibt es in theoretischer Hinsicht nur Empfindungen und abstrakte Begriffe; denn das Objekt ist die Empfindung, und diese wird durch Abstraktion im Denken verarbeitet. Raum und Zeit müssen also auch eins von beiden sein. Raum und Zeit sind in der natürlichen, noch nicht wissenschaftlich verarbeiteten Weltanschauung Empfindungen. „Die Physiologie der Sinne legt klar, daß Räume und Zeiten ebensogut Empfindungen genannt werden können, als Farben und Töne“ (A. d. E. 6). „In physiologischer Beziehung sind Raum und Zeit Systeme von Orientierungsempfindungen“ (E. u. J. 434). Jedes Sinnesgebiet hat seinen eigenen Raum, „sein eigenes räumliches Gedächtnis, mit seiner eigenen räumlichen Ordnung.“ „Jeder Empfindung kommt durch das gereizte Element ein Ort zu“ (E. u. J. 341). „Überall, wo ich Raum empfinde, werde ich einen in allen Fällen gleichartigen Nervenprozeß als vorhanden anzunehmen haben“ (A. d. E. 51). So läßt sich bei jeder Empfindung ein Element, die „Sinnesempfindung“, unterscheiden, die von der Natur des Reizes abhängig ist, und ein Element, die „Organempfindung“, die von der Stelle des gereizten Organes abhängig ist. Es haftet also jeder Empfindung eine Art Lokalzeichen an. Abgesehen von der Schwierigkeit, die die Durchführung dieser Theorie für bestimmte Sinnesgebiete z. B. Gehörs-, Organ-, Muskel- und ähnliche Empfindungen, macht, die sie hauptsächlich erklären müßte, ist gegen jede „Lokalzeichentheorie“ prinzipiell Folgendes einzuwenden. Wenn Lokalzeichen die räumliche Anschauung hervorbrächten, wären sie nicht aufweisbar. Hätten sie nämlich die „Räumlichkeit“ der Empfindung erzeugt, so wären sie dafür aufgebraucht, und psychologisch nicht mehr nachweisbar. Oder, wenn sie nachweisbar wären, könnten sie nicht die räumliche Ordnung erzeugt haben. Jede Theorie, die die Entstehung der Raumanschauung aus nicht räumlichen Elementen erklären will, macht den Fehler, daß sie die Räumlichkeit der Sinnesorgane voraussetzt. Denn der Raum liegt aller äußeren Wahrnehmung bereits zu Grunde und ist deshalb nicht ableitbar aus nicht räumlichen Anschauungen. Dies hat Mach in ganz naiver Weise bei Ableitung des Gesichtsraumes getan. In der Analyse der Empfindungen (84 ff.) hat er ausgeführt: Die Gesichtsempfindungen zerfallen in Farben und Raumempfindungen. Die Raumempfindungen sind durch die motorischen Apparate der Augen bedingt. Der Apparat ist rechts und links symmetrisch, daher

werden diese Richtungen auch leicht verwechselt, und nur vermöge der geringen Asymmetrie unterschieden. Symmetrischen Netzhautstellen entsprechen identische Tiefenwerte. Ferner, bei Bewegungen des eigenen Körpers wird durch kompensierende Augenbewegung die Raumempfindung hergestellt. - Es ist wohl ohne weiteres klar, daß alle diese Eigenschaften des optischen Apparats und des Körpers Raumanschauungen voraussetzen. Besonders die Ableitung der Raumanschauung aus dem Begriff der Bewegung, die doch erst im Raum möglich ist, ist ein Hysteron proteron und erkenntnistheoretisch nicht zulässig. „Der Wille, Blickbewegungen auszuführen oder die Innervation ist die Raumempfindung selbst" (A. d. E. 106). Diese Innervation tritt auch bei verhinderter Bewegung auf und stellt dann die Raumempfindung her.

Dieselbe Ableitung versucht Mach, für den Zeitbegriff zu geben (A. d. E. 200 ff.). „Die Zeitempfindung begleitet jede andere Empfindung und kann von ihr nie losgelöst werden." Dies ist zunächst nicht einzusehen, denn wenn die Zeitempfindung eine Empfindung wie andere ist, warum muß sie jede Empfindung begleiten? Dies folgt aus Machs Voraussetzungen keineswegs. In Bezug auf die Ableitbarkeit der Zeitempfindung aus anderen Empfindungen gilt dasselbe wie bei dem Raum. Da die Zeit notwendig eine Form aller Anschauung ist, muß bei dieser Ableitung immer schon die Zeitordnung der organischen Vorgänge vorausgesetzt werden. „Es muß nebenher noch ein Prozeß stattfinden, der von der Variation der Empfindungsqualität nicht affiziert wird, der von derselben ganz unabhängig ist, und an dem wir die Zeit schätzen." Es muß ein „Empfindungshintergrund" sein, auf dem ich die einzelnen Empfindungen wahrnehme und ihren Zeitverlauf schätze. Dieser Hintergrund aber muß doch selbst in zeitlichen Verhältnissen stehen. Diesen Hintergrund glaubt Mach nun gefunden zu haben in der Arbeit der Aufmerksamkeit; der erste Einwand dagegen wäre, daß es keine psychische Energie, also auch keine Arbeit gibt, die nach physikalischen Methoden meßbar wäre. Dies müßte aber der Fall sein, wenn eine Zeitmessung dadurch möglich sein sollte. Mach kann hier höchstens eine Ermüdungsempfindung meinen. Nun soll die Eindeutigkeit des Zeitverlaufes dadurch bedingt sein, daß die Arbeit der Aufmerksamkeit im wachen Leben stets zunimmt. Gerade das ist aber bei der Ermüdungsempfindung nicht der Fall. Diese ist von der Stimmung und besonders der Art der Beschäftigung abhängig. Sie nimmt oft ab

statt zu; nach ihr könnte man die Zeit nie abschätzen, denn um ihren zeitlichen Verlauf zu bestimmen, ist wieder eine Zeit vorausgesetzt. Ebensowenig kann der „relativ beständige Ich-Komplex" dazu dienen, eine Abschätzung des Zeitverlaufs vorzunehmen; denn die Änderungen dieses Komplexes setzen auch eine „Zeit" voraus, in der sie verlaufen. Eine Zeit- und Raumempfindung läßt sich nirgends nachweisen. Mach hat die Zeit- und Raumempfindung erschlossen. Denn er ging von der These des Sensualismus aus: Was in der Erkenntnis ist, muß aus der Sinnesempfindung stammen. Den formalen Charakter der Zeit- und Raumempfindung hat er damit aufgehoben.

Das System der einzelnen „Organempfindungen", die als Lokalzeichen der Sinnesempfindungen auftreten, nennt Mach den „physiologischen Raum." Es ist der, in dem sich die „Gegenstände des Sinnesphysiologen" befinden. Aus diesem soll durch Abstraktion der Raum des Mathematikers und Physikers entstehen. Mach erkennt selbst „daß der Sehraum ursprünglich überhaupt nicht metrisch ist. Die Orte, Entfernungen u. s. w. des Sehraums sind qualitativ nicht quantitativ unterschieden" (E. u. J. 338 f.). Das gleiche muß von den Räumen der andern Sinnesgebiete gelten. Denn in der Empfindung gibt es keine Quantität. Nur qualitativ sind Empfindungen unterschieden. Daher ist es auch nicht möglich, sie in ein System zu ordnen, in dem quantitative Beziehungen gelten. Dies zeigen die analogen Fälle, in denen Empfindungen in ein mehrdimensionales System geordnet werden, z. B. das System der Tonempfindungen. Die Empfindungen können in Reihen geordnet, aber nicht quantitativ durch einander bestimmt werden. Der physiologische Raum kann metrisch nur auf Grund physikalischer Erfahrungen bestimmt werden. Dabei ist aber der physikalische Raum vorausgesetzt, denn die Annahme eines „Systems von Elementarorganen . . . natürlich so angeordnet, daß die benachbarten Elemente die größte ontogenetische Verwandtschaft aufweisen" (A. d. E. 150), setzt das zu Beweisende voraus. Wenn Mach den Sehraum „nach den verschiedenen Richtungen nicht gleichförmig" nennt, da oben und unten, rechts und links, vorn und hinten auf verschiedenen Empfindungen beruhe, so kann er diese Relationen nur aus der verschiedenen Gestaltung der Sehorgane in physikalischer Beziehung ableiten. Untersuchungen über Symmetrieempfindungen der Gesichtsobjekte beweisen hier garnichts (A. d. E. 87 ff.). Denn ein „Vergleich" der verschiedenen Richtungen unter-

einander kann daraus nicht vollzogen werden. Daß „die Gesichtsobjekte im Sehraum nicht ohne Pressung und Dehnung beweglich" sind, ist blos der Fall, wenn man unter Objekt die festen geometrischen Körper versteht. In der Sinnesempfindung gibt es nur Farben und nicht feste Körper. Wenn der Sehraum „begrenzt und endlich" sein soll, so ist nicht verständlich, was dies bedeutet, wenn es keine metrische Beziehung sein soll. Begrenzt kann nur eine Quantität sein. Ebenso hat es keinen Sinn, den Raum der Haut einen „zweidimensionalen, endlichen unbegrenzten (geschlossenen) Riemannschen Raum" (E. u. J. 340) zu nennen, da alle diese metrischen Bestimmungen aus der Geometrie gewonnen, und auf ihn nicht anwendbar sind. Auch der Tastraum, den Mach „anisotrop und inhomogen" nennt, läßt keine Messung seiner Objekte zu. Es handelt sich bei allen psychologischen Untersuchungen nur um die Messung eines physikalischen Objekts, während auf Seiten der Empfindung nur Unterschiedsempfindungen auftreten. Von einem Sinnenraum zu reden, ist deshalb sinnlos, da die Unterschiedsempfindungen keine Beziehung zur Räumlichkeit haben. Voraussetzung aller dieser Ableitungen ist der metrische Raum der Physik. Er ist das logische Prius. Dies zeigt sich auch deutlich bei Machs Versuch, den metrischen Raumbegriff von dem sinnesphysiologischen abzuleiten. Die Räume der verschiedenen Sinnesgebiete sind verschieden, von einander vollständig unabhängig. Durch „Assoziation" (E. u. J. 342) sollen die verschiedenen Raumempfindungen mit einander verschmelzen und den gemeinsamen physischen Raum hervorbringen. Die Assoziation ist ein Name für die Aufeinanderfolge gewisser Vorstellungen im empirischen Bewußtsein. Die Folge ist von den subjektiven Erlebnissen des Einzelnen abhängig, von dessen Zuständen und früheren Erfahrungen. Sie kann deshalb nie für die Wahrheit einer Erkenntnis, die überindividuell ist, eine Bedeutung haben. Sie kann nie über die objektive Giltigkeit der Verbindung zweier Vorstellungen etwas aussagen. Sie kann aber vor allem nicht ganz neue Inhalte schaffen, die in den einzelnen Vorstellungen nicht liegen und die als „Inhalt" objektive Bedeutung haben. Die Assoziation ist eine „psychologische", sehr unbestimmte Gesetzmäßigkeit des Vorstellungsablaufs. Der Raum der Naturwissenschaft wird dadurch zu einem physiologischen Gebilde. Die Verschmelzung vollkommen heterogener Empfindungen ist überhaupt unmöglich vorzustellen. Von Verschmelzung von Empfindungen

desselben Sinnesgebietes ließe sich in gewissem Sinne sprechen. Wie aber die Gesichtsempfindung und die Bewegungsempfindung der Augen verschmelzen soll, wie sie für einander eintreten sollen, um den Raum zu erzeugen, dürfte Mach sich schwer vorstellen können. Die Art dieser Assoziationen wird noch näher bestimmt. „Die beliebige Lokomotion des Leibes als Ganzes, und die Möglichkeit beliebiger Orientierung desselben, fördern die Einsicht, daß wir überall und nach allen Richtungen dieselben Bewegungen ausführen können, daß der Raum überall und nach allen Richtungen gleich beschaffen und daß derselbe als unbegrenzt und unendlich vorgestellt werden kann“ (E. u. J. 347.). Wenn hier die „Möglichkeit, Bewegungen auszuführen“, nicht im Sinne der Physik gilt, wo der Körper ein physikalisches Objekt ist, und wo natürlich der physikalische Raum vorausgesetzt ist, so kann man höchstens von einem psychologischen Gefühl, etwa der körperlichen Ungebundenheit sprechen. Daß hierauf nicht der Raumbegriff der Mathematik und dadurch deren Gewißheit gegründet werden kann, würde Mach selbst zugeben. Wenn er aber „alle Raum- und Bewegungsempfindungen im Gebiete des Gesichts- und Tastsinnes . . . auf einerlei Empfindungsqualität zurückführen“ will, und sie „Innervation“ nennt (A. d. E. 137.), so ist das ein Name, der nichts bezeichnet. Wenn Mach aber die „Punkte des Raumes“ physiologisch als „Ziele verschiedener Bewegungen bezeichnet, deren Bewegungsbilder an bestimmte Teile des Gehirns lokalisiert sind“ (E. u. J. 349.) so hat er vergessen, daß die Größe und Richtung der Bewegung vom Ausgangspunkte abhängt, an dem mein Körper sich befindet. Die Bewegungsbilder, die einen Punkt des Raumes charakterisieren sollen, dürften also wohl garnichts irgendwie Gemeinsames haben.

Bevor ich aber auf den Begriff des physikalischen Raumes selbst bei Mach eingehe, will ich seine Ableitung des Zeitbegriffes untersuchen. In der physiologischen Zeit gibt es keine metrischen Beziehungen. „Eigentlich bemerkt man unmittelbar nur die Gleichheit oder Ungleichheit zweier Zeiten“ (A. d. E. 212). Nur Unterschiedsempfindungen des zeitlichen Verlaufs gibt es, keine Empfindungen des Unterschiedes. Man kann also nicht von einer „perspektivischen Verkürzung der physiologischen Zeit“ sprechen. Dabei ist schon die einheitliche Zeit der Physik vorausgesetzt. Auch einen schnelleren oder langsameren Ablauf der physiologischen Zeit kann man nicht bestimmen. Die physiologische Zeit ist über-

haupt keine Reihe wie die physikalische. Sie besteht lediglich in der Anschauung zeitlicher Verhältnisse mit dem Bewußtsein der Gleichheit resp. Ungleichheit. Auch Mach sagt: „Die Zeitanschauung ist eigentlich hierauf (d. h. auf die Gegenwart) beschränkt“ (E. u. J. 424.). Wenn er aber sagt: „Unserer Zeitanschauung erscheint die Gegenwart nicht als Zeitpunkt, der natürlich immer ganz inhaltlos sein müßte, sondern als ein Zeitabschnitt von ganz beträchtlicher Dauer, mit verwischten, und von Fall zu Fall verschiebbaren variablen Grenzen“ (E. u. J. 424.), so hat er hier wieder die physikalische Zeit untergeschoben. In der physiologischen Zeit gibt es keine „Dauer“. „Vergangenheit und Zukunft“ sind Begriffe, die nur Sinn in der physikalischen Zeit haben, in der als einer Reihe alle Punkte eine bestimmte Stelle einnehmen. Die Entstehung des physikalischen Zeitbegriffs erklärt Mach folgendermaßen. „Die Folge der Zeitempfindungen wird zu einem Register, in welches die übrigen Qualitäten der Empfindungserlebnisse eingeordnet werden. Es kommt die Erfahrung hinzu, daß es Vorgänge gibt, Schritte, Pendelschwingungen, welche eine physiologische Zeitbeständigkeit darbieten . . . . So entwickelt sich die Vorstellung von einer gleichmäßig fließenden Zeit“ (E. u. J. 432). Die diskreten Empfindungen können aber nie die Kontinuität der Zeit begründen. Ferner besteht keine Berechtigung, einen Vorgang wie die Schwingungen eines Pendels, die annähernd gleich erscheinen, als gleich anzusehen, und darauf exakte Zeitbestimmungen, wie dies in der Physik geschieht, zu gründen. Diese muß auf andere Grundlagen gestützt werden.

Um die Frage zu entscheiden, ob eine Raum- und Zeittheorie diese Begriffe richtig bestimmt, gibt es nur eine Methode der Fragestellung, die Kant als transzendentale bezeichnet. Diese untersucht, ob bei diesen Bestimmungen eine Mathemathik und Mechanik, die zu allgemein giltigen und notwendigen Sätzen kommen, möglich sind. Diese Frage muß auch Mach vorgelegt werden. Er nennt Raum und Zeit in physikalischer Beziehung „funktionale Abhängigkeiten der durch Sinnesempfindungen charakterisierten Elemente von einander . . . Abhängigkeit der Elemente eines Körpers von jenen eines andern“ (A. d. E. 284).[1]) Raum und Zeit seien Abstraktionen von den Raum- und Zeitempfindungen,

1) Ähnliche Definitionen: P. V. 235. 495. M. 237. Satz v. d. Erhaltung der Arbeit 34 ff.

ähnlich wie „Temperatur“ von der Wärmeempfindung. Der geometrische Raum sei ein „Begriff“, und zwar ein durch Erfahrung erworbener Begriff. „Wenn die Raumempfindungen von der Qualität der sie mit erregenden Reize unabhängig sind, können wir über erstere unabhängig von der physikalischen Erfahrung Aussagen machen. Dies bleibt an Kants Auffassung richtig. Zur Entwicklung einer Geometrie reicht aber diese Grundlage nicht aus, denn hierzu sind noch Erfahrungsbegriffe durchaus notwendig“ (E. u. J. 350f.). So glaubt Mach, Kant widerlegt zu haben. Die Folge ist, daß die geometrischen Sätze „Erfahrungssätze“ werden, die durch Abstraktion und Idealisierung von „Deckungserlebnissen“ bei Beobachtung räumlicher Figuren entstanden sind. Die angewandte Geometrie könnte also nur hypothetische Giltigkeit haben; ihre Sätze gelten, sofern die Gebilde unseren Begriffen entsprechen. Die reine Geometrie aber würde lediglich von Definitionen unserer Begriffe ausgehen und diese logisch analysieren. Jedoch durch logische Behandlung von Begriffen kann ich nie zu Sätzen kommen, die von diesen Begriffen etwas aussagen, was nicht in die Definition der Begriffe hineingelegt wurde. Der Raum, über dessen Verhältnisse die Geometrie handelt, kann also kein abstrakter Begriff sein. Dann wäre es auch unverständlich, weshalb die geometrischen Sätze auf Naturwissenschaft überhaupt anwendbar sind. Wenn aber Geometrie eine empirische Wissenschaft wäre, könnten ihre Sätze nicht die exakte und unbedingte Giltigkeit haben. Sie könnten nicht unabhängig von aller Erfahrung bewiesen werden, und doch für alle Erfahrung gelten. Deshalb kann der Raum auch keine Wahrnehmung oder Empfindung sein. Er ist überhaupt kein Inhalt der Erkenntnis sondern eine Form. In dieser Form der Raumanschauung wird vom Denken der Gegenstand erst als dieser bestimmte gesetzt. Unter dem Gesetz dieser Raumbestimmung muß also jeder „physikalische“ Gegenstand stehen; und diese Gesetze drücken die Sätze der Mathematik aus. Deshalb gelten sie a priori und sind doch auf Gegenstände der Erfahrungen anwendbar. Ebenso kann die Zeit kein abstrakter Begriff sein, sonst wäre die Mechanik als exakte Wissenschaft nicht möglich. Die Zeit ist auch eine Form, durch die das Denken sich erst den Gegenstand setzt.

Diese schöpferische Funktion des Denkens hat Mach nicht erkannt. Durch die Bestimmung des Gegenstandes nach Raum und Zeit wird aber erst die „Einzigkeit“, die „Einheit“ des Gegen-

standes bedingt. Nur wenn er in jeder Weise bestimmt ist, also auch „eine“ Stelle in Raum und Zeit hat, ist er einziger Gegenstand. Raum und Zeit müssen daher auch „einzig“ sein, um die eine Bestimmung zu ermöglichen. In dieser eindeutigen Bestimmung nach einer Raum- und Zeitstelle besteht die „Existenz“. Existenz bedeutet bis ins Unendliche fortgesetzte Bestimmung in einer Einheit. Für Mach bietet die Existenz kein Problem. Raum und Zeit sind also notwendige Voraussetzung der Möglichkeit der Erfahrung. Jedoch von dieser apriorischen Bedeutung ist die Frage nach der empirischen Raum- und Zeitmessung zu trennen. Da Raum und Zeit nicht Gegenstände, sondern Systeme von Relationen sind, muß notwendig jede räumliche oder zeitliche Messung relativ sein. Ein absoluter Raum oder Zeit wäre also empirisch nicht nachweisbar. Deshalb hält Mach sie für „müßige, metaphysische Begriffe“ (M. 238). Unrecht hat er aber, wenn er die Notwendigkeit des Begriffes der absoluten Zeit überhaupt leugnet, und Zeit mit „Abhängigkeit von der Lage der Erde“ gleichsetzt. Schon der Begriff der „Abhängigkeit“, falls sie zwischen real existierenden Gegenständen besteht, der Begriff der „Veränderung“ fordert den Zeitbegriff. Durch die Existenz ist eine eindeutige Zeitbestimmung gefordert. Mach ist daher in Verlegenheit, welches Beziehungssystem er zu Grunde legen soll, den Fixsternhimmel, die Erdbewegung, oder eine Pendelbewegung. Damit wird jedesmal willkürlich eine empirische Ordnung als die endgültige bezeichnet. Keine empirische Zeitbestimmung kann jedoch schlechthin letzte sein. Diese ist stets eine Aufgabe, die durch den Begriff der absoluten Zeit ausgedrückt ist. Sonst kann Mach nie den Grundsatz aller Zeitbestimmung erweisen, daß zwei Bewegungen, die, mit einer dritten verglichen, gleichförmig sind, auch im Verhältnis zu einander gleichförmig sein müssen. Er gerät auch in die Schwierigkeit, bestimmen zu müssen, welche Abhängigkeit eine unmittelbare und welche blos mittelbar ist, wo also die Zeitbestimmung eine blos äußerliche ist (M. 261.). Ein Kriterium für eine unmittelbare Abhängigkeit bleibt er uns schuldig. Was von einander abhängig ist, kann nur auf Voraussetzung eines kausalen Naturzusammenhanges bestimmt werden, den Mach leugnet. Nur unter dieser Voraussetzung ist eine objektive Zeitbestimmung möglich. Sie wird allerdings empirisch nie die letztgiltige sein.

Aus der Funktion der Zeit als System der Stellenbestimmung folgen auch ihre übrigen Eigenschaften. Sie muß homogen sein, da ihre Ungleichförmigkeit erst wieder durch eine Zeit bestimmt

werden müßte. Die Stetigkeit und Unendlichkeit ist notwendig, damit durch eine Relation von jedem Punkt zu jedem andern gelangt werden könne, und da diese Beziehungssetzung kein Ende haben kann. Die Zeit ist aber nur ein Ordnungssystem nach Art des Systems der Ordnungszahlen. Sie ist kein Kontinuum, wie der Raum, aber sie macht einen stetigen Verlauf und ein stetiges Maßsystem möglich. Alle diese Besonderungen der Zeit sind bei Mach nicht abgeleitet, nur als biologisch zweckmäßige Abstraktionen bezeichnet. Wie man jedoch Gleichmäßigkeit durch Abstraktion aus nicht Gleichmäßigem gewinnen kann, oder Kontinuität aus Diskontinuität, wenn man diese Begriffe der Abstraktion nicht zu Grunde legt, ist unverständlich. Die Zeit als Ordnungssystem macht auch ihren einsinnigen Verlauf notwendig, denn eine Reihe von Ordnungszeichen legt die eindeutige Fortschrittsrichtung fest. Wenn auch alle Vorgänge in der Natur umkehrbar wären, müßte die Zeit einsinnig weiterlaufend gezählt werden, wenn eine eindeutige Bestimmung möglich sein soll. Das Entropiegesetz (M. 239 f.) hat nichts mit der Zeitbestimmung zu tun.

Ebenso wie die absolute Zeit ist auch der absolute Raum gefordert durch das Problem der Existenz. Zur vollständigen Bestimmtheit des Gegenstandes gehört auch, daß seine Stelle im Raume eindeutig bestimmt wird. Der absolute Raum ist also auch kein überflüssiger, „metaphysischer Begriff“ wie Mach meint, wenn er auch nie in der Erfahrung gegeben ist, sondern alle empirischen Raumbestimmungen relativ sind. Mach kommt hier wieder in die Schwierigkeit, welche Körper er zur Bestimmung der räumlichen Lage eines Punktes hinzuziehen soll (M. 243 f.). Welchen Einfluß diese Bestimmungen auf die Formulierung der mechanischen Prinzipien haben, werden wir daselbst sehen. Mach muß wieder den nicht untersuchten Begriff der „Abhängigkeit“ zu Hilfe nehmen. „In den räumlichen Verhältnissen äußert sich die vermittelte physikalische Abhängigkeit“ (E. u. J. 439.). Die Prädikate, die dem Raum der Geometrie zukommen, sind gefordert, damit diese Wissenschaft überhaupt möglich werde. Die Homogenität nach allen Seiten und Richtungen ist Bedingung dafür, daß in jedem Punkte dieselben Konstruktionen ausgeführt werden können. Die Kontinuität und Unendlichkeit aber sind notwendige Voraussetzungen, wenn von jedem Punkt jeder andere durch kontinuierliche Transformationen erreichbar sein soll, d. h. keine singulären Punkte vorhanden sein sollen und der Fortschritt der Beziehungsetzung nicht

begrenzt sein soll. Ein endlicher, diskontinuierlicher Raum wäre nicht eindeutig bestimmt, da die Grenze und die Singularitäten erst ihrerseits bestimmt werden müßten. Mach kann die Notwendigkeit dieser Prädikate nicht erweisen. Der Raum bestimmt den Gegenstand der „äußeren" Wahrnehmung zum Unterschied von der „innern" Wahrnehmung. Der Raum setzt die „Objekte" in einem „außereinander", einem „nebeneinander". Durch ihn wird ein Gegenstand ein physischer. Während die psychischen Erscheinungen nicht „außereinander" stehen, daher nicht auf einander bezogen, mit einander verglichen werden können, wird durch die räumliche Bestimmung dies möglich.

Wenn Mach den Raum zum abstrakten Begriff macht, ist der physische Gegenstand vom psychischen prinzipiell nicht mehr scheidbar. Daher wird bei ihm Psychisches und Physisches identisch. Das Psychische ist bei Mach sehr verschieden gefaßt. Nach der Elementenlehre besteht es aus den Empfindungen und ist nur eine besondere Betrachtungsweise des Elementenstromes. Dann aber wird Psychologie und Sinnesphysiologie gleichgesetzt. „Die Erlebnisse in Abhängigkeit von unserm Leib heißen Empfindungen" und bilden das Psychische (E. u. J. 21.). Wenn aber Psychisches und Physisches identisch sind, hat es keinen Sinn, von einem Parallelismus des Psychischen und Physischen zu sprechen. Es wäre das eine Tautologie. Die Widerlegung, die Mach gegen diesen Einwand macht (A. d. E. 51.), sagt nichts, weil hier zwei physische Vorgänge verglichen werden. Ein Gehirnprozeß ist nichts Psychisches. Psychisches und Physisches können als Gegenstände der Erfahrung nicht auf einander einwirken. Sie sind durch Raum und Zeit als Formen des Denkens von einander geschieden.

IV. Logik.

Durch Machs Anschauungstheorie ist die Rolle, die das Denken in seiner Erkenntnistheorie spielt, bedingt. Wenn die anschaulichen Gegenstände „gegeben" sind und fertig dem Intellekt gegenüberstehen, entsteht die Frage, wie nun das Denken diese Gegenstände ordnet, wie es Begriffe bildet, diese zu Urteilen und Systemen von Urteilen zusammensetzt. In der Reihenfolge, wie diese Gebilde bei Mach entstehen, sollen sie auch hier untersucht werden. Zuerst soll die Begriffsbildung rein phänomenologisch betrachtet werden,

was auch Mach hauptsächlich in den Abschnitten über die Logik ausgeführt hat. Die Gegenstände sind dem Verstande anderweitig „gegeben", ohne seine Beihilfe bestimmt. Die erste Operation des Denkens besteht in der Bildung abstrakter Begriffe. Die Objekte werden mit einander verglichen. Das Ergebnis dieser Vergleichung ist, daß sich die unterscheidenden Merkmale im Gedächtnis verwischen, während die gemeinsamen eine selbständige, vom Objekt unabhängige begriffliche Bedeutung gewinnen (W. 397). „Die Dinge sind verhältnismäßig stabile Komplexe von Sinnesempfindungen." Die für den Organismus wichtige Empfindung wird vorzugsweise beachtet. In dem Erinnerungsbild sind nicht alle Empfindungsmerkmale gleich stark ausgeprägt. Es geht kontinuierlich in den „Begriff" über (E. u. J. 132 f.). Diese Theorie der Begriffsbildung übersieht aber, daß es auch eine Begriffsbildung gibt, bei der keine Vergleichung vorhergeht. Überhaupt ist das Wesen der Vergleichung nicht untersucht. Denn zu jeder Vergleichung ist schon Denktätigkeit vorausgesetzt. Die Objekte müssen in einzelne Merkmale zerlegt werden. Dies erfordert aber schon Begriffe, nach denen es geschieht. Diese Begriffe könnten nun nicht durch Abstraktion entstanden sein, da sie aller Abstraktion vorausgehen. Das Problem ist dadurch nur verschoben. Auch die Vergleichung der Merkmale ist eine begriffliche Beziehung. Die Theorie macht den Fehler, daß sie die Merkmale als selbständige Bestandteile des anschaulich Gegebenen auffaßt, während sie doch erst durch Abstraktion gefunden werden sollen. Mach darf hier auch nicht auf die „Reaktionen", die bei gleichartigen Empfindungen auftreten (W. 416), oder auf die gemeinsamen psychischen Elemente (W. 419), die der Abstraktion zu Grunde liegen, hinweisen, da dann dasselbe Problem bestehen bleibt. Ferner ist es nötig, daß die Objekte, die mit einander verglichen werden sollen, irgendwie abgegrenzt seien. Dies ist nur möglich, wenn die Objekte nach einem bestimmten Gesichtspunkt ausgewählt werden. Dies setzt aber den zu bildenden Begriff schon voraus.[1]) Wenn die Anschauung dem Denken heterogen ist, so ist die Frage unlösbar, wie das Denken sie erfassen könne. Wie kann aus dem einzelnen Objekt ein allgemeiner Begriff werden? Die Begriffsbildung geht eben auf umgekehrtem Wege vor. Alle Vorstellungen sind nicht auf ein einzelnes Objekt bezogen. Sie sind abstrakt. Dadurch, daß sie in

1) Vergl. Sigwart: „Logik" I. 3. Aufl. Tübingen 1904. S. 328 ff.

einzelnen Beziehungen unbestimmt sind, können sie auf viele Objekte angewandt werden, und die Ausbildung des Begriffssystems geht im Leben des Einzelnen, wie in der Entwicklung der Wissenschaft dahin, diese Begriffe näher zu bestimmen durch Einfügen unterscheidender Merkmale. Die Anschauung endlich, als die vollständige Bestimmtheit ist das nie ganz erreichbare Ziel der Wissenschaft. Durch sie ist die „Einzigkeit" des Gegenstandes erreicht. Diese Unbestimmtheit des Begriffes bewirkt seine „potentielle Anschaulichkeit". In diesem Sinne ist der Begriff ein „Impuls zu einer vergleichenden oder konstruierenden Tätigkeit, deren Ergebnis ein Glied des Begriffsumfanges ist" (P. V. 282). Dann kann auch der Begriff eine „Bereicherung" der Einzelvorstellung sein (E. u. J. 128) oder die Gedanken die Tatsachen vervollständigen. Diese Aussprüche stehen mit Machs Auffassung der Begriffsbildung im Widerspruch. Nach ihm könnten die Begriffe nur immer ärmer an Merkmalen werden.

Die Folge dieser Auffassung der Begriffsbildung als Abstraktion ist, daß für Mach die Logik eine rein formale ist. Sie kann über den Inhalt der Urteile nichts aussagen. Er trennt die Logik von allen Fragen über Methodik und Systembildung. Sie hat also nur noch die Aristotelische Logik zu umfassen. „Die Regeln der Logik können nicht die Aufgabe haben, neue Erkenntnisquellen zu eröffnen. Dieselben können vielmehr nur dazu dienen, die aus andern Quellen geschöpften Erkenntnisse auf ihre Übereinstimmung zu prüfen" (E. u. J. 304). Durch den Syllogismus kann man keine Einsicht gewinnen. Mach schreibt den logischen Gesetzen notwendige Giltigkeit zu, so besonders dem Satz des Widerspruchs (W. 345). Er betont ausdrücklich, daß es keine andere als logische Notwendigkeit gäbe. Also Notwendigkeit liegt nicht im Gebiete der Tatsachen. Was aber Notwendigkeit bedeute, und wie sie aus dem System der Erkenntnis heraus bestimmt werden könne, müßte Mach nachweisen. Seine Ableitungen der logischen Operationen bewegen sich in Zirkeln. „Die Formen der Logik, welche nicht Gegenstand unserer Darstellung sind, wurden aus Fällen wirklichen, wissenschaftlichen Denkens durch Abstraktion gewonnen" (E. u. J. 181). Aber ist Abstraktion nicht selbst ein Denkprozeß, der schon alle logischen Funktionen und ihre Richtigkeit voraussetzt? An einer andern Stelle (M. 525 f.), hebt Mach die Unterscheidung Schopenhauers von der vierfachen Wurzel des Satzes vom zureichenden Grunde auf und behauptet „diese Formen unterscheiden sich aber

nur nach dem Stoff, auf welchen sie angewandt werden.“ Damit wird logische, mathematische und physikalische Erkenntnis auf dieselbe Stufe der Gewißheit gestellt. Nun sind aber nach Mach „Ursache und Wirkung“ Gedankendinge von „ökonomischer Funktion“ und ihre Notwendigkeit entsteht blos aus der „Gewohnheit der Verknüpfung.“ Folglich ist das Verhältnis von Grund und Folge auf keine „notwendige Verbindung“, sondern nur durch gewohnheitsmäßige Verknüpfung entstanden. „Durch Abstraktion von Gleichförmigkeiten lernen wir erst die Frage „warum.““ Also alle logische Gewißheit beruht auf einem subjektiven Glauben. Notwendigkeit kann dann natürlich der Logik nicht zukommen. Alle wissenschaftliche Gewißheit ist dann eine Täuschung, ein Selbstbetrug. Die Wissenschaft würde sich von der Weltanschauung des gemeinen Mannes nur durch die Raffiniertheit dieses Betruges unterscheiden, indem sie es besser versteht, den Menschen ihre Ansicht einzureden. Zu diesen Konsequenzen muß aber jede Erkenntnistheorie führen, die zwischen logischer und psychologischer Untersuchung nicht unterscheiden kann; und dies kann Mach auf keine Weise, was auch aus seinen Worten hervorgeht: „Am vollständigsten und strengsten ist jedoch ein Gedanke begründet, wenn alle Motive und Wege, welche zu demselben geleitet und ihn befestigt haben, klar dargelegt sind. Von dieser Begründung ist die logische Verknüpfung mit älteren, unangefochtenen Gedanken doch nur ein Teil“ (E. u. J. 223).

Die Widerlegung des Psychologismus, der die logischen Sätze aus Psychologie ableiten will, hat Husserl scharf und ausführlich gegeben.[1]) Ich will mich daher hier nur auf die Hauptpunkte beschränken. Psychologie ist eine Erfahrungswissenschaft über Tatsachen. Ihre Sätze sind durch Induktion gewonnen und haben nur wahrscheinliche Giltigkeit, die von der Genauigkeit der Beobachtung abhängt. Die logischen Gesetze aber sind vollkommen exakt. Sie sind nicht aus einzelnen Erfahrungen gewonnen, sondern gelten a priori, d. h. jede Erfahrung muß sich nach ihnen richten, ist durch sie erst möglich. Logische Gesetze sind keine Naturgesetze, sonst müßte sich alles Denken nach ihnen richten. Wenn sie Naturgesetze wären, gäbe es überhaupt keinen Unterschied zwischen wahr und falsch, da alles Denken, auch das falsche nach den Naturgesetzen verläuft. Aber es gibt tatsächlich auch Denken, welches

1) Husserl „Logische Untersuchungen“ I. Halle 1900.

gegen die logischen Gesetze verstößt. Sie sind „Idealgesetze", sie sagen, wie das Denken beschaffen sein soll, damit es „wahres" Denken ist. Ihre „Notwendigkeit" beruht darauf, daß alles Denken, das den Anspruch macht, wahr zu sein, sie befolgen muß. Da Mach zwischen Natur- und Idealgesetz nicht unterscheiden kann, schwebt der Begriff der „Notwendigkeit" bei ihm in der Luft; er kann ihn nicht begründen. Der Psychologismus verwechselt das Auftreten einer Vorstellung, resp. Urteilsaktes, mit dem Inhalt derselben. Die Logik sagt nur über den Inhalt der Begriffe und Urteile etwas aus, und darüber wie ihre inhaltlichen Bestimmungen miteinander verknüpft sind und auseinander folgen, während die Psychologie die Urteile als reale Denkhandlungen betrachtet und Gesetze über die kausale Verknüpfung dieser „Akte" aufstellt. Urteilsakte sind Tatsachen, aber kein logisches Gesetz sagt etwas über Tatsachen aus, sondern nur über die Geltung von Wahrheiten. Vielmehr setzt Psychologie als Wissenschaft, sofern in ihr Wahres vom Falschen unterschieden wird, die Logik schon voraus. Die Wahrheit der psychologischen Sätze kann nur erwiesen werden, wenn die Giltigkeit der logischen Sätze anerkannt ist.

Ebenfalls auf Psychologismus läuft aber der Versuch hinaus, die logischen Gesetze aus der Biologie abzuleiten. Wissenschaft ist eine „biologische, organische Erscheinung", wobei das logische Denken als ein „idealer Grenzfall" anzusehen ist (M. 537.). Diese Bestimmung ist eine teleologische. Man kann diese Begründung der Logik als Anthropologismus bezeichnen. Es ist eine Lehre, die Wahrheit und Irrtum durch den „Nutzen für den Menschen" definiert. „Erkenntnis und Irrtum fließen aus denselben psychischen Quellen; nur der Erfolg vermag beide zu scheiden" (E. u. J. 116). Der Erfolg jedoch eines Satzes hängt nicht von seinem Inhalt ab, sondern davon, daß der Satz wirklich von einem Menschen gedacht und danach gehandelt wird. Die Logik würde also nichts über den Inhalt des Denkens aussagen, sondern über den tatsächlichen Verlauf desselben. Die Wahrheit wird dadurch zu einer Tatsache, die von anderen Tatsachen abhängt. Die Gesetze über die Wahrheit wären Tatsachengesetze, und ihre eigene Wahrheit als Tatsache würde wieder unter diesen Gesetzen stehen, was absurd ist. Jede Tatsache ist zeitlich bestimmt, die Wahrheit aber ist keine Tatsache. Sie besteht in einem „Gelten" und hat als solches nichts mit der Zeit zu tun. Sie gilt zu allen Zeiten. Jede anthropologistische Wahrheitstheorie müßte nachweisen, welchen Zweck das

wahre Denken erreichen soll. Wenn sie einen solchen Zweck angeben könnte, müßte sie nachweisen, daß durch ein bestimmtes Urteil dieser Zweck erreicht würde. Hierzu ist aber einerseits Erfahrung nötig, denn rein logisch kann ich nicht aus einer Tatsache die Folgen ableiten. Und die Möglichkeit der „Erfahrung" ist ein Problem, das über die formale Logik noch hinausgeht. Die Frage wird dadurch viel komplizierter. Andrerseits sind aber, damit die Ableitung richtig sei, die logischen Gesetze vorausgesetzt. Ihre Richtigkeit kann also dadurch nicht erst erwiesen werden. Im einzelnen hat Mach keine Ableitung versucht. Er muß hier seine Zuflucht nehmen zu den „instinktiven Denkhandlungen", dem unanalysierten Denken des gemeinen Mannes. „So würde das Denken, welches sich vor und neben der Einzelerfahrung für diese formgebend, in uns meldet, auf die von unseren Vorfahren meist geübten Denkneigungen und Denkstimmungen zurückzuführen sein" (P. V. 467.). Daß durch „Neigung" und „Stimmung" die Exaktheit der logischen Gesetze nicht bewiesen werden kann, ist wohl ohne weiteres klar.

Der Anthropologismus, der die Wahrheit aus irgend welchen Zwecken der Gattung Mensch ableitet, ist eine relativistische Wahrheitstheorie. Alle Wahrheiten gelten blos relativ in Bezug auf die Gattung Mensch. Eine absolute Wahrheit gibt es nicht. Aber jede relativistische Wahrheitstheorie ist eine contradictio in adjecto. Denn während alle Wahrheit nur für den Menschen gilt, soll diese These, die die Theorie ausspricht, selbst Allgemeingiltigkeit haben. Der Grund, weswegen der Anthropologismus zu dieser Ansicht kommt, der auch bei Mach vorliegt, ist der, daß logische Gesetze, welche im Wesen der Wahrheit selbst begründet sind, und methodologische Grundsätze der Darstellung und Erforschung der Wahrheit verwechselt werden. Es gibt Voraussetzungen, die jede Wissenschaft erfüllen muß, um zu wahren Sätzen zu gelangen. Die Möglichkeit einer Erkenntnis ist durch diese Sätze bedingt. Dieses sind ideale Gesetze; sie sagen nichts über Tatsachen aus. Sie hängen daher nicht von irgend einem erkennenden Subjekt ab, sondern gelten für jedes erkennende Subjekt. Zu ihnen gehören auch die Sätze der formalen Logik. Nun muß aber ein Subjekt, das Erkenntnisse erwerben, und sie anderen darstellen will, diese in ein System bringen. Eine Methode ist notwendig, damit überhaupt die unendliche Aufgabe der Erkenntnis von einem beschränkten Subjekt angegriffen werden kann. Es müssen über den

Ausgangspunkt, über den Weg des Fortschrittes, über die Verbindungen der einzelnen Erkenntnisse Regeln aufgestellt werden. Diese Regeln sind von der Natur des erkennenden Subjekts, also der des „Menschen" abhängig und haben nur relative Giltigkeit. Aber ihre Anwendung setzt die logische Richtigkeit des Denkens voraus. Wenn nun Mach den „Gegenstand" der Erkenntnis als gegeben annimmt, so hat alles Denken nur noch die Funktion einer methodologischen Klassifizierung. Erkenntnis käme auch ohne das Denken zustande, nur ginge es mit dessen Hülfe schneller, allerdings auch unsicherer. Welche Begriffe und welche Urteile im einzelnen Falle gefällt werden, ist die Frage der Methodenlehre. Aber daß das Denken in Begriffen und Urteilen und nach logischen Gesetzen vorgehen muß, ist ideale Notwendigkeit. Aber Mach unterscheidet zwischen erkenntnistheoretischen und methodologischen Grundsätzen nicht.

Noch deutlicher tritt Machs Verwechslung von Ideal- und Naturgesetzen hervor, wenn er die Gedanken und deren Verknüpfungen mit Naturwesen und deren Trieben vergleicht. „Gedanken bedürfen ihrer Zeit, zu keimen, zu wachsen und sich zu entwickeln, wie jedes Naturwesen. . . . Sie kämpfen den Kampf ums Dasein. Wenige bleiben übrig, um sich rasch über alle Gebiete des Wissens auszubreiten, um sich abermals zu entwickeln, zu teilen, und den Kampf von Neuem zu beginnen". „Sie wehren sich so hartnäckig um ihr Dasein wie die Tiere" (P. V. 74f.). Hier können aber nicht die Gedanken selbst, ihr logischer Inhalt gemeint sein; dieser besteht in ihrer Geltung. Da hat es keinen Sinn von Kampf zu sprechen. Kämpfen können nur die Forscher um ihre Ideeen. Man würde in diesem Sinne sich das Gleichnis gefallen lassen, wenn nicht Mach auch den logischen Gehalt der Theorieen, das was die Theorie zur Theorie macht, von diesen biologischen Funktionen abgeleitet hätte. „Die Anpassung der Gedanken an die Tatsachen bezeichnen wir als Beobachtung, die Anpassnng der Gedanken an einander als Theorie" (E. u. J. 165.). Diese Anpassung bezeichnet er näher als Vergleichung, Aufsuchen der Gemeinsamkeiten und Unterschiede. Die „Einheit der Theorie" auf „Anpassung" zurückführen, heißt aber das, was abgeleitet werden soll, voraussetzen. Denn jede Anpassung setzt ein Ziel, dem die Lebewesen zustreben, voraus. Dieses Ziel kann aber, falls überhaupt ein solches angegeben werden kann, nur durch die Einheit der Theorie bestimmt werden. Die Gesetze der Logik aber

werden durch die Ableitung aus der Biologie, einer empirischen Wissenschaft, zu Tatsachengesetzen und haben nur empirische Geltung.

Jede Erkenntnistheorie, die die Logik lediglich auf das formale Bestimmen des Denkens beschränkt, wird unfähig sein, die Richtungen, in denen die wissenschaftliche Begriffsbildung sich vollziehen muß, anzugeben. Auch Mach kann keinen Weg, auf dem die Begriffsbildung zu einer geschlossenen Theorie führt, bestimmen. Wenn er die Abstraktion ein „intellektuelles Wagnis, das durch den Erfolg gerechtfertigt wird“ (E. u. J. 140) nennt, muß dies Wagnis doch nach irgendeiner vorgefaßten Idee unternommen werden. Sein Hinweis auf das „praktische und wissenschaftliche Bedürfnis“ kann aber gerade die „Einheit“ in „theoretischer“ Hinsicht, die ein Begriffssystem ausmacht, nicht begründen. Der Grund dieses Mangels liegt in seiner Theorie des „Urteils“, durch das doch gerade die Begriffsbildung vor sich geht. Er sagt: „So lernen wir also die wichtigeren Bestimmungsstücke eines Erlebnisses gesondert betrachten. Indem wir eine Seite eines Erlebnisses durch eine andere als näher bestimmt ansehen, und dies sprachlich ausdrücken, fällen wir ein Urteil“ (E. u. J. 112). Das Urteil ist also ein analytisches. Es wird keine neue Erkenntnis dadurch gewonnen, sondern was uns vorher im Erlebnis gegeben war, wird im Urteil auseinandergelegt. Noch deutlicher spricht Mach darüber (A. d. E. 259): Im Urteil wird eine „fertige sinnliche Vorstellung . . . durch eine ebenfalls schon vorhandene Vorstellung zu einem Bilde ergänzt. Ist das Urteil in Worten ausdrückbar, so besteht es sogar immer in einer Zusammensetzung der neuen Vorstellung aus schon vorhandenen Erinnerungsbildern.“ Hier ist vorausgesetzt, daß vor jeder Urteilsbildung bestimmte Begriffe vorhanden sind. Diese werden durch „Abstraktion“ gewonnen und durch „Definition“ bestimmt. Aber verläuft der Abstraktionsprozeß nicht auch in Urteilen? Und ist die Definition kein Urteil? Mach setzt einfach voraus: Vor dem Denken ist Etwas gegeben, das durch Denken nicht zu fassen und auch nicht zu beurteilen ist, dies ist der „Befund“. „Ein Urteil, das wir dem physischen oder psychischen Befund angemessen empfinden, nennen wir richtig“ (E. u. J. 115). Aber wie soll das Denken sich auf etwas beziehen, was gar kein Denken ist? Und wie soll Wahrheit anders bestimmt werden als in Urteilen? Mach kommt mit der Ausflucht: „Eine Erkenntnis ist stets ein biologisch förderndes Erlebnis. Bewährt sich hingegen das Urteil nicht, so bezeichnen

wir es als Irrtum.“ Aber mit genau demselben Rechte kann man Mach die pessimistische Ansicht entgegenstellen; „Nur der Irrtum ist das Leben und das Wissen ist der Tod.“ Der praktische Nutzen eines Urteils ist nicht von seiner Wahrheit, sondern von den Umständen bei seiner Anwendung abhängig. Um also überhaupt ein Kriterium der Wahrheit eines Urteils zu finden, muß Mach seine Zuflucht zum „gesunden Menschenverstand“ nehmen. (Urteile sind naive Befunde“ E. u. J. 115. Anm.). Diese Berufung ist zwar leicht, aber auch gefährlich. Denn eine rationale Begründung der Wahrheit ist damit aufgehoben.

Wenn die Begriffe vor dem Urteil gegeben sind, kann das Urteil nur ein in Beziehung setzen fertiger Begriffe sein. Die Erkenntnis kann dann nie dadurch erweitert werden. Alle Urteile wären dann analytische Urteile. Aber falls etwas analysiert werden soll, muß es zuvor zusammengesetzt sein. Jeder Analyse geht eine Synthese vorher. Ob nun diese berechtigt ist, und wie sie stattzufinden hat, hat die Logik zu zeigen. Sie hat die Gesetze, nach denen jede Synthesis des Verstandes vollzogen werden muß, aufzusuchen und ihre Notwendigkeit nachzuweisen, damit überhaupt Erkenntnis zustande kommt. Diese Aufgabe hat Mach sich garnicht gestellt, da er in der „Synthese“ überhaupt kein Problem sieht. Jede Erweiterung der Erkenntnis ist aber nur durch Synthesis möglich, und zwar muß sie sich in einem Urteil vollziehen, das dann ein „synthetisches“ wird. Dann ist es aber unmöglich, daß die Begriffe dem Urteil vorausgehen. Die Synthesis, die in jedem Begriffe liegt, kann nur durch das Urteil erzeugt sein. Denn das Urteil ist die einzige Funktion, in der Erkenntnis begründet werden kann. Die Funktion des Urteils besteht also darin, den Begriff erst zu erzeugen, indem es ihn „bestimmt“. Was vor dem Urteil vorausgeht, ist ein schlechthin Unbestimmtes, das durch das Denken erst bestimmt werden soll. Es ist eine Aufgabe, deren Lösung eben in diesem unendlichen Prozeß der Erkenntnis geschieht. Alle Bestimmtheit des Gegenstandes ist dann durch das Denken erzeugt, kann dann aber auch mit den Mitteln des Denkens beurteilt werden. Die Wahrheit wird eine immanente. „Wahr“ heißt eben in Übereinstimmung stehen mit dem System von Urteilen, das wir Wissenschaft nennen. Nur diese „Wahrheit“ hat für die Wissenschaft Bedeutung. Irgend eine transzendente, metaphysische Wahrheit anzunehmen, hat keinen Sinn. Über einen Befund kann ich aber mit allen Gründen nichts ausmachen. Die

Konsequenz von Machs Fragestellung ist vollständiger Skeptizismus. Es gibt eben kein „Sein“, das nicht gedacht wird. Darüber könnten wir nichts aussagen; da wäre keine Begründung möglich.

Wenn man das Verfahren der Wissenschaft betrachtet, so findet man, daß jede Wissenschaft gewisse Voraussetzungen macht. Dieses muß sie tun, um überhaupt einen Ausgangspunkt zu haben. Damit eine Bestimmung des Gegenstandes möglich sei, müssen gewisse Beziehungspunkte angenommen werden. Diese sind aber nicht willkürlich. Ihre Berechtigung muß dadurch nachgewiesen werden, daß sie die Möglichkeit einsichtiger Erkenntnis verbürgen. Deshalb müssen bei dem Fortschritt der Wissenschaft von dem gewonnenen Resultate aus diese Ausgangspunkte geprüft werden. Sie müssen untersucht und auf allgemeinere Untersuchungen zurückgeführt werden. So ist der Prozeß der Wissenschaft ein unendlicher. Die Prinzipien können nie die letzten sein; sie sind es nur mit Rücksicht auf die bisher gewonnenen Resultate. Die Gegenstände sind aber auch nie schlechthin vollständig bestimmt, ihre Bestimmung ist wieder durch den Ausgangspunkt bedingt.[1]) Vollendet ist die Wissenschaft nie. Für Mach wäre, wenn der Gegenstand „gegeben“ ist, damit die Aufgabe der Wissenschaft erfüllt. Alle weitere Arbeit des Denkens bestände nur in der Analyse des Gegebenen. Den Ausgangspunkt kann nur die „Frage“ oder das „Problem“ bilden. Wer Probleme schlankweg leugnet und sie für falsche Fragestellungen erklärt, muß eben irgend einen empirischen Ausgangspunkt wählen und ihn als den letzten postulieren.

Die Aufgabe der Wissenschaft ist also die „Begründung“. Die Begründung besteht aber darin, daß alle Erkenntnisse einer Wissenschaft in einen Zusammenhang gebracht werden. Durch die „Einheit des Begründungszusammenhanges“ ist die Einheit der Wissenschaft gewährleistet. Diese „Einheit des Gegenstandes“ setzt eine Einheit der Synthesis voraus. Wie aber diese möglich ist, hat die Logik zu untersuchen. Mach ist es nicht möglich, den Gegenstand als einheitlichen zu bestimmen, da er die synthetische Funktion des Denkens nicht erkannt hat. Die Logik hat nun zu untersuchen, was eine Wissenschaft zur Wissenschaft macht, was ihr die Einheit einer Theorie in objektiver Beziehung gibt. Daher hat sie mit den „tatsächlichen“ Voraussetzungen jeder Erkenntnis

1) Vergl. Natorp: „Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften.“ Leipzig 1910. 1. Kap.

nichts zu tun, und alle psychologischen Untersuchungen sind streng aus der Logik zu bannen. Die Logik hat zunächst alle Begriffe, die im Wesen der Theorie liegen, die den Zusammenhang der Erkenntnis in objektiver Beziehung möglich machen, zu untersuchen und die verschiedenen Variationen dieser Begriffe aufzustellen. Dazu gehören vor allem die Formen der Verknüpfung im einzelnen Urteil und der Urteile untereinander. Aus diesen muß sie dann die Kategorieen oder die „Grundformen gegenständlicher Erkenntnis“ ableiten. Das Wesen aller dieser Begriffe muß nachgewiesen werden; inwiefern sie Erkenntnis in objektiv gültiger Weise begründen. Ferner muß die Logik aus diesen Grundbegriffen der Erkenntnis die Gesetze ableiten, denen gemäß jede einheitliche Wissenschaft ihre Begründungen vollziehen muß. Nur wenn dies vollständig geschehen ist, sind die Bedingungen der Möglichkeit einer Wissenschaft überhaupt dargestellt. Diese Aufgabe geht allerdings weit über das hinaus, was Mach versucht hat. Mach hat sich durch seine dogmatischen Voraussetzungen die meisten dieser Probleme von vornherein abgeschnitten.

Besonders deshalb ist Mach zur formalistischen Auffassung der Logik gekommen, weil er das Wesen der Kategorieen verkennt. Sie sind für ihn durch Abstraktion gewonnene Begriffe. Für den Fortschritt der Wissenschaft sind sie entbehrlich und die Notwendigkeit, die ihnen zukommt, ist nur Schein. Er sagt: Durch äußere Erfahrung und Beobachtung der logisch-mathematischen Ordnungstätigkeit lernen wir „in welche Gedankenformen wir die Erfahrung zu bringen haben, um zu einer praktischen Auffassung der Natur zu gelangen“, instinktiv kennen. Sie erscheinen dann leicht als a priori in uns liegend „dann können wir auch willkürlich und absichtlich die Postulate einer zielbewußten Naturwissenschaft aufstellen, ohne zu verkennen, daß diese sich nach und nach durch die äußere und innere Erfahrung dargeboten haben.“ „Diese Sätze werden für verschiedene Forscher recht verschieden sein“ (P. V. 477 ff.). Den Sinn des „a priori“, wie Kant diesen Ausdruck braucht, hat eben Mach vollständig umgedeutet, weil er die Kantische Fragestellung garnicht kennt. „A priori“ heißt für Mach „angeboren“. Denn Erkenntnisse, die nicht aus der einzelnen Erfahrung gewonnen sind, müssen angeboren sein, da dem Denken jede synthetische Funktion, also jedes Erzeugen der Erkenntnis abgesprochen ist. Mach stimmt daher Beneke voll bei, wenn dieser sagt, „daß alle Begriffe, auch die Kantischen Kategorieen durch

Zusammenfassung von Anschauungen entstehen.“[1]) — Aber deshalb seien diese Formen noch nicht vor aller Erfahrung in der Seele. „Die Formen, welche für die Erkenntnis zunächst vorliegen, sind erst in der Entwicklung der Seele entstanden, vor derselben nur prädeterminiert in angebornen Anlagen.“[2]) Daß Kant unter dem erkenntnistheoretischen a priori nicht das Angeborensein versteht, folgt schon daraus, daß Notwendigkeit und strenge Allgemeingiltigkeit das Kriterium für die Apriorität sind. „Findet sich erstlich ein Satz, der zugleich mit seiner Notwendigkeit gedacht wird, so ist er ein Urteil a priori.“[3]) „Wird ein Urteil in strenger Allgemeingiltigkeit gedacht, so ist es „a priori“ giltig.“[4]) Erkenntnisse a priori sind solche, die „schlechterdings von aller Erfahrung unabhängig stattfinden“.[5]) Was aber einem Individuum angeboren ist, kann nur durch Erfahrung ermittelt werden. Es kann also nur die Gewißheit der Erfahrungserkenntnis haben, und nicht notwendig und allgemeingiltig sein. Die notwendige Geltung der Kategorieen rührt von ihrer transzendentalen Bedeutung, insofern sie erst Erfahrung möglich machen. Sie sind die ursprünglichsten Funktionen, durch die das Denken die Bestimmung des Gegenstandes vollzieht. Sie sind deshalb für jedes Denken notwendig. Sie können nicht aus der Erfahrung abstrahiert sein, weil Erfahrung durch sie erst möglich ist. Damit überhaupt ein „Objekt“ Gegenstand des Denkens werden könne, muß es in den Kategorieen gedacht werden. Für Mach liegt die Erfahrung fertig vor, und der Verstand ordnet sie dann, um eine „praktische, nützliche, bequeme“ Auffassung der Natur zu erreichen. Aber die Frage kann er dann überhaupt nie beantworten, wie ist es möglich, daß die Objekte der Natur, die dem Denken heterogen sind, sich unter den Kategorieen zusammenfassen lassen? Was heißt, es sind Postulate? „Unerläßliche Voraussetzungen des Beginns der Forschung“, nennt sie Mach. Aber warum müssen sich die Gegenstände nach unserm Verstande richten? Wenn so Erfahrung möglich sein soll, muß noch ein Drittes über Denken und Sein der Objekte stehen, und beide in Übereinstimmung halten. Wenn aber

1) Beneke, „System der Logik als Kunstlehre des Denkens.“ Berlin 1842. S. 23.

2) l. c. II. S. 282.

3) Kant „Kritik der reinen Vernunft. 2. Aufl. S. 3.

4) l. c. S. 3.

5) l. c. S. 4.

der Verstand durch die Kategorieen die Gegenstände setzt, haben wir die Aufgabe, die Kategorieen aufzusuchen. Alle „Bestimmung" geschieht aber in Urteilen. Im Urteil drückt sich die Funktion der Synthesis des Denkens aus. Aus den Formen der Synthese im Urteil können wir also die Formen der „Gegenstandsbestimmung" ableiten. Mach kann von vornherein eine systematische Übersicht der Kategorieen nicht geben, weil er nur analytische Urteile kennt.

Die logische Grundlage von Qualität und Quantität hat Mach nicht untersucht. Er sagt: „Die Physik zeigt große Gebiete qualitativ gleichartiger Tatsachen, die sich nur durch die Zahl der gleichen Teile, in welche deren Merkmale zerlegt sind, also nur quantitativ unterscheiden". Hier geschieht die Klassifikation sehr einfach durch Anwendung des Zahlensystems. Die „Beschreibung" wird in der Bestimmung der Maßzahlen gewisser Merkmale durch jene anderer Merkmale mittels geläufiger Rechenoperationen d. h. Ableitungsprozesse, bestehen. „Hier kann das Gemeinsame aller Beschreibungen gefunden, damit eine Herstellungsregel für alle Einzelbeschreibungen angegeben werden, die wir eben das Gesetz nennen". Aber auch diese „großen, allgemeinen Gesetze der Physik sind ähnlich Beschreibungen, wie die Beschreibungen isolierter Tatsachen in der Anatomie oder Chemie, die qualitativ einander nicht ähnlich sind" (P. V. 285f.). „Die quantitative Forschung ist ein Spezialfall der qualitativen Untersuchung, der nur auf Tatsachenreihen von besonderer Art der Verwandschaft anwendbar ist". Wenn nun wirklich die Quantität ein abstrahierter Begriff ist, so ist nicht einzusehen, warum die Zahlen auf quantitative Verhältnisse anwendbar sind. Warum müssen die Grundgesetze des Zählens in den quantitativen Verhältnissen gelten? Um ein Beispiel anzuführen; wenn zwei Quantitäten in Bezug auf eine dritte gleich sind, brauchen sie noch nicht unter einander gleich zu sein. Wenn ich dies durch Erfahrung ermitteln müßte, sind derartige Voraussetzungen unberechtigt. Der Hinweis Machs, daß es bei quantitativen Abhängigkeiten, sich um das Abzählen gleicher Teile handle (E. u. J. 204f.) setzt den Begriff des „Teils" voraus. Aber Teilbarkeit ist eine logische Folgerung der quantitativen Bestimmung. Nur wenn sich nachweisen läßt, daß die Funktion des Verstandes, die sich in der Quantitätsbestimmung zeigt, auch die Grundlage der Zahlbestimmung ist, ist diese Übereinstimmung a priori gesichert. Dann ist auch die Möglichkeit der allgemeinen physikalischen Gesetze, die durch eine Formel ein „Kontinuum von

Fällen" umfassen, erwiesen, und ihre größere Dignität gegenüber Einzelbeobachtungen erklärt.

Quantität und Qualität sind die Grundformen, in denen jede Gegenstandsbestimmung sich vollziehen muß. Sie fordern einander, indem jede quantitative Bestimmung an einem Qualitativen vorgenommen werden muß, und umgekehrt. Die quantitative Bestimmung vollzieht sich in drei Stufen. Das Denken geht aus von der Einheit, zu ihr nimmt es ein zweites und drittes u. s. w. und kommt so zur Mehrheit. Diese kann wieder zur Einheit zusammengefaßt und Ausgangspunkt desselben Prozesses werden. Dies ist aber zugleich der Prozeß, in dem die „Zahl" entsteht. Die Notwendigkeit, die den Zahlengesetzen zukommt, ist durch diese apriorische Erzeugung der Kategorie der Quantität gesichert. Das Fortschreiten des Denkens in qualitativer Hinsicht vollzieht sich wieder in drei Stufen. Ausgangspunkt ist das „Identische", zu diesem setzt das Denken ein „Verschiedenes". Dieses beides wird dann von einem höheren Gesichtspunkt zur Einheit zusammengefaßt. Diese Einheit ist die Grundlage zur Einheit der Gattung. Diese Einheit der Gattung aber ist die Grundlage aller empirischen Begriffsbildung. Alle Sätze der Begriffs- und Urteilslehre, der formalen Logik, sind erst dadurch als notwendig erwiesen, daß sie auf diese „Funktion des Denkens in der Qualitätssetzung" zurückgeführt sind. Weil Mach den Ursprung der Qualität als Kategorie nicht kennt, leugnet er auch die „Realität des Kontinuums". Den Begriff des Kontinuums derart, daß sich zwischen je zwei Glieder unendlich viele Glieder einfügen, bezeichnet er als eine Fiktion. Eine „unendliche Anzahl von Gliedern sowie von unendlich kleinen Unterschieden sind in der Sinnlichkeit nicht gegeben" (W. 71). Aber durch die Möglichkeit des kontinuierlichen Fortschrittes des Denkens in der Qualitätssetzung ist ein Kontinuum möglich und in der Naturwissenschaft „existierend".

Die Aufgabe der Wissenschaft ist nicht blos, einzelne Gegenstände zu bestimmen. Sie will auch einen Zusammenhang zwischen den Gegenständen, eine „Gesetzmäßigkeit" aufstellen. Dies ist allein möglich, wenn das Denken seinen Gegenstand durch die Kategorie der Relation bestimmt. Durch die Beziehung der Gegenstände aufeinander, können sie in Reihen geordnet, und diese wieder aufeinander bezogen werden, sodaß jeder Gegenstand eine eindeutig bestimmte Stelle in dieser Ordnung hat. Diese vollständige Bestimmung ist zwar ein Ideal, das empirisch nie erreicht werden

kann, aber im Wesen der Gesetzmäßigkeit liegt es, daß sie vollständig durchführbar ist. Mach gibt wohl zu, daß die Wissenschaft über die Beschreibung von Einzeltatsachen hinaus nach Aufstellung von Gesetzen strebe, aber, wie aus den eben angeführten Worten zu ersehen ist, ist für ihn die Möglichkeit einer solchen gesetzmäßigen Ordnung nur eine zufällige, nur in gewissen Gebieten mögliche. Warum es möglich ist, überhaupt Gesetze aufzustellen, nach denen sich die „Tatsachen" richten, hat Mach nicht gefragt. Gesetzmäßigkeit drückt die Abhängigkeit gewisser Veränderungen von einander aus. Damit aber überhaupt eine Veränderung konstatiert werden kann, ist etwas nötig, was beständig bleibt. Dies ist die logische Bedeutung des Begriffs „Substanz". Mag auch empirisch nichts anzugeben sein, was absolut konstant bleibt; eine gesetzmäßige Bestimmung der Abhängigkeit ist nur möglich, wenn etwas konstant bleibt. „Substanz" ist also die erste Stufe der „Relation". Mach leugnet jede Beständigkeit in der Natur. In der Natur gibt es keine „gleichen Umstände". „Die Natur ist nur einmal da" (P. V. 230). Aber gleich darauf erkennt er doch die logische Notwendigkeit des Substanzbegriffs an: „Alle unsere Bemühungen, die Welt in Gedanken abzuspiegeln, wären fruchtlos, wenn es nicht gelänge, in dem bunten Wechsel, Bleibendes zu finden." Doch diese Einführung des Substanzbegriffes hat für Mach nur praktische, ökonomische Bedeutung. Beständigkeit zu suchen, ist ein regulatives Prinzip.[1]) Für die Wissenschaft verlangt er mit aller Energie die Austilgung dieses „dunklen Klumpens", des „rohen Substanzbegriffes", den wir vergebens außerhalb des Denkens suchen. Daß der Substanzbegriff erst mit dem Denken entsteht, darin hat Mach recht, aber nicht darin, daß er überflüssig ist. Seine Polemik gegen den Substanzbegriff richtet sich aber gegen eine Auffassung, die Mach in Kant hineingedeutet hat. Er hält „Substanz" für ein Etwas, das wir als Ursache zu unsern Sinnesempfindungen hinzudenken. Dieses wäre freilich ein überflüssiger Begriff. Denn das Ding an sich kann es nicht sein, da dieses nicht unter der Kategorie der Kausalität steht. Als empirisches Ding ist es aber nie nachweisbar, und wir können es hinzu- oder

1) „Der Erfolg rechtfertigt unsere wissenschaftliche, methodische Voraussetzung der Beständigkeit!" (E. u. J. 32). „Die Annahme eines a priori gegebenen Begriffs zur Begründung dieses methodischen Verfahrens haben wir weder nötig, noch würde sie uns irgend welchen Nutzen gewähren" (E. u. J. 32. Anm.)

wegdenken, ohne daß in unserer Erkenntnis sich etwas verändert. Seine Polemik gegen alle empirischen Bestimmungen der Substanz, sei es, daß sie als „fester Körper", oder „Energie" oder „Atom" oder sonst wie gefaßt wird, ist sehr berechtigt. Diese Formulierungen gehen davon aus, daß unser Nervensystem als letztes Datum gegeben sei, und ein „Substanzielles" darauf einwirken müsse, um die Sinnesempfindungen hervorzurufen. Da wäre aber schon auf das Nervensystem der Substanzbegriff angewandt. Die Bedeutung des Substanzbegriffes ist aber eine ganz andere. Substanz ist nichts empirisch Gegebenes. Alle empirischen Formulierungen setzen eine „vorläufige" Bestimmung zu einer „abgeschlossenen, letzten." „Substanz" bedeutet die logische Voraussetzung, daß etwas Beständiges im Wechsel bestehen muß, falls eine wissenschaftliche Bestimmung der Gesetzmäßigkeit des Verlaufs der Erscheinungen möglich sein soll. Es können daher wohl die Versuche, die Substanz empirisch zu bestimmen, individuell verschieden sein, aber der Substanzbegriff selbst ist Voraussetzung aller Forschung, daher nicht vom Individuum abhängig, wie Mach meint (P. V. 470). Der Substanzbegriff bildet sich bei Gelegenheit der Erfahrung, aber nicht aus der Erfahrung; die Berufung auf die „instinktive Entstehung" (P. V. 472) rechtfertigt nicht seine objektive Anwendung.

Eine Bestimmung der Relationen der Gegenstände ist nur möglich, wenn ein festes Ordnungssystem für alle Objekte besteht. Dies ist das System von Raum und Zeit. Raum und Zeit sind Bedingungen aller weiteren Bestimmungen, also auch der „Kausalität" und „Wechselwirkung". Die Kausalität ist eine Ordnung der Tatsachen in einer Reihe und gibt das Verhältnis der einzelnen Glieder der Reihe zu einander an. Die Wechselwirkung bestimmt aber das Verhältnis der Glieder verschiedener Reihen zueinander. Hier kann die Bestimmung von beiden Gliedern aus zum andern gehen, während bei der Kausalität stets eins Ursache und das andere Wirkung ist. Mach hält den Ursachbegriff für einen empirischen. „Nach Ursachen zu fragen haben wir im Allgemeinen nur ein Bedürfnis, wo eine Änderung eintritt." Aus der Gewohnheit nun, verschiedene Vorgänge „verknüpft" zu sehen, oder den „Zusammenhang" verschiedener Vorgänge zu beobachten, entsteht die Annahme einer notwendigen Verknüpfung (W. 430 ff.). Sogleich entsteht die Frage, was bedeutet „Verknüpfung?" Sie ist nach Mach „einfach in der Erfahrung gegeben." Aber Verknüpfung kann doch nicht gegeben sein. Sie setzt eine Beziehung beider Verknüpfungs-

punkte aufeinander voraus, und diese ist eine Funktion des Verstandes. Jede Verknüpfung von Tatsachen ist nur möglich, vermöge des Ursachbegriffes, durch den erst eine Tatsache in ein Verhältnis zu einer andern gesetzt wird. Der Grad der Verknüpfung soll nun ein verschiedener sein (W. 432), von der kaum wahrscheinlichen bis zur als „notwendig" erscheinenden. Wie kann aber in Verhältnissen von Tatsachen auch nur der Schein der Notwendigkeit entstehen? Die Tatsachen „sind" einfach nach Mach. „Notwendigkeit" gibt es nur im logischen Denken. Es kann durch Gewohnheit nicht ein ganz neuer Begriff von ganz anderer Geltung entstehen. Die Entstehung des Ursachbegriffes leitet Mach verschieden ab; einmal aus Erfahrung von Tatsachen (W. 432). In der Schrift über den Satz von der Erhaltung der Arbeit stellt er es noch in Zweifel, ob er durch Induktion gewonnen oder auf der psychischen Konstitution begründet ist (S. 50 ff.). An anderer Stelle ist „die Denkgewohnheit: Alle Vorgänge der Umgebung nach Möglichkeit in die Beziehung der Ursache und Wirkung zu setzen" ein „Erbstück von den Denkneigungen und Denkgewohnheiten" unserer Vorfahren. Wegen der biologischen Zweckmäßigkeit soll diese Denkneigung erworben sein (P. V. 467 ff.). Wäre die Kausalität eine psychologisch entstandene Denkgewohnheit, so wäre sie einerseits individuell bedingt, könnte also nie allgemeine Geltung beanspruchen, andrerseits wäre es unmöglich zu erklären, warum sich die Tatsachen, die in keiner notwendigen Verknüpfung stehen, nach unsern Denkgewohnheiten richten müßten. Ist aber der Kausalitätsbegriff durch Induktion und Abstraktion aus der Erfahrung gewonnen, so bleibt die Frage, wovon soll abstrahiert werden? Wenn das Denken nicht die Objekte in eine Verknüpfung setzt, kann es diese Verknüpfung nicht herausabstrahieren. Welches die Ursache zu einer gegebenen Wirkung sei, ist nur durch Erfahrung zu bestimmen. Dabei können oft, wenn nicht weitere systematische Forderungen hinzutreten, große Fehlgriffe vorkommen; es können seltsame mythologische Erdichtungen und Zauberei und Spuk als Ursachen der Naturvorgänge angenommen werden. Welches die Ursache zu jeder einzelnen Wirkung sei, kann daher nur mit empirischer Wahrscheinlichkeit bestimmt werden. Aber daß jede Erscheinung eine Ursache hat, ist eine notwendige und apriorische Voraussetzung, wenn überhaupt eine Naturwissenschaft möglich sein soll. Es ist das umgekehrte Verhältnis, wie bei einem durch Induktion ge-

wonnenen Gesetz, wo die einzelnen Beobachtungen allgemeingiltig festgestellt sind, und das allgemeine Gesetz nur mit Wahrscheinlichkeit gilt. Der Ursachbegriff kann auch kein zweckmäßiges, intellektuelles Postulat der Naturforschung sein, das immer subjektiv ist, denn die Abhängigkeit zweier Vorgänge wird durch die Kausalverknüpfung erst konstituiert. Die Polemik gegen Kants Bestimmung des Ursachbegriffes (W. 433.) beruht auf gänzlicher Verkennung der transzendentalen Methode. Kant will nie das Kausalitätsurteil psychologisch verstehen. Er untersucht nicht die psychischen Erscheinungen. Psychologie ist auch eine Wissenschaft, die erst durch Erkenntnistheorie untersucht werden muß.

Das Bestreben Machs geht darauf, den Kausalbegriff aus der Wissenschaft zu beseitigen wegen seiner Unvollständigkeit und Ungenauigkeit. Denn jede Wirkung kann als Ursache zu einem großen Komplex von Umständen angesehen werden, und wenn man einen besonders auffallenden Bestandteil als die Ursache hervorhebt, ist das eine ungenaue Vereinfachung. Er will dafür, sobald es gelingt, die Elemente der Ereignisse durch meßbare Größen zu charakterisieren „die Abhängigkeit der Elemente von einander durch den Funktionsbegriff darstellen“ (E. u. J. 277 f.). „Bei unmittelbarer Abhängigkeit zweier oder mehrerer Elemente, wobei sämtliche Elemente durch eine Gleichung verbunden sind, ergibt sich jedes Element als Funktion der anderen“. „In diesem Falle sind die Begriffe Ursache und Wirkung vertauschbar“. Diese Ausschaltung des Ursachverhältnisses versucht also den Begriff der „Abhängigkeit“, d. h. der realen Abhängigkeit auszuschalten und dafür die „mathematische Funktion“ einzusetzen. Das Wesen der mathematischen Funktion besteht aber darin, daß der Gegenstand, das X der Gleichung, durch die Funktion erst definiert wird. Er ist durch das Denken willkürlich gesetzt. Die Physik hat aber die Aufgabe, die Abhängigkeit „real existierender Objekte“ zu untersuchen. Diese ist nicht durch eine einfache Funktionalbeziehung auszudrücken, sondern eine nie vollkommen zu erreichende Bestimmung. Mach hat diese „reale“ Abhängigkeit mit der mathematischen gleichgesetzt. Daß die Arithmetik und ihre Gesetze auf die Naturwissenschaft anwendbar sind, ist nur möglich, weil die Funktion des Denkens, die die „Relation“ setzt, auch die Grundlage der „Zahl“ und ihrer Gesetze ist. Nun ist aber jede Relation eine Beziehung zwischen zwei Beziehungspunkten, von denen der eine der Ausgangspunkt der Bestimmung, der andere der zu be-

stimmende Punkt ist. In der Mathematik kann man diese Punkte vertauschen, aber nicht in der Naturwissenschaft, da sie hier individuell verschieden sind. Die Kausalbeziehung ist also die Grundform aller „realen Abhängigkeit", die Wechselwirkung ist erst davon abgeleitet als Beziehung der Kausalreihen. Der „funktionale Zusammenhang" setzt also immer den Kausalzusammenhang als logische Grundlage voraus. Überdies ist Machs Begriff des „Funktionalzusammenhanges" wissenschaftlich unbrauchbar. Er gibt keine Möglichkeit zu bestimmen, welche Elemente von einander abhängig sind; wie ihre Anzahl verringert werden könnte, und wie eindeutige Funktionen hergestellt werden können, dazu bietet er keine Anweisung.

Die letzten Kategorieen, welche den Prozeß der Gegenstandsbestimmung vollenden, sind die Kategorieen der Modalität. Sie sagen nichts über den Gegenstand selbst aus, sondern betreffen nur das „Denken des Gegenstandes" Modalität gibt die Gesetzmäßigkeit, gemäß der das Denken auf den Gegenstand gerichtet sein muß. Diese Beziehung vollzieht sich in den drei Stufen der „Möglichkeit, Wirklichkeit und Notwendigkeit". Wie soll aber Mach diese Begriffe bestimmen? Wenn das „Wirkliche" gegeben ist, so ist es damit dem Denken entrückt. Das Denken kann mit seinen Mitteln kein Kriterium der Wirklichkeit angeben, und dies ist doch gerade die Aufgabe der Wissenschaft. Notwendigkeit wäre aber mit Wirklichkeit nicht zu vergleichen. „Eine andere als logische Notwendigkeit existiert nicht" (W. 435.). Dem Denken käme Notwendigkeit zu. Über das Wirkliche könnte nichts Notwendiges ausgesagt werden, denn es ist denkfremd. Notwendige Naturgesetze gäbe es nicht, nur „Beschreibungen". Wenn aber eine Wissenschaft über Tatsachen möglich sein soll, muß der Begriff des Wirklichen mit den Denkmitteln gefaßt werden, durch die Synthesis des Denkens. Die Möglichkeit drückt die erste Stufe des Denkens aus; die Hypothesis, die Annahme, die gemacht wird um zu prüfen, ob sie sich bewährt. Diese Prüfung geschieht durch das Experiment. Der Gegenstand wird dadurch immer weiter bestimmt. Diese fortgehende Bestimmung, welche auf die „Einzigkeit" des Gegenstandes geht, drückt die Stufe der „Wirklichkeit" aus. Wenn nun alle diese Prozesse der Bestimmung verschiedener Gegenstände zusammengefaßt werden zu einer Totalität, die im „Gesetz" ausgedrückt wird, ist die höchste Stufe, die „Notwendigkeit" erreicht. Notwendig ist eine Erkenntnis, wenn sie

aus einem Gesetze folgt. Im Prozesse des Denkens liegt es, daß er nie abgeschlossen sein kann. „Wirklichkeit“ fordert vollständige Bestimmtheit, die empirisch nie erreicht wird. Alle Wirklichkeit und alle Notwendigkeit haben nur vorläufige Bedeutung. Wenn man es als einen Mangel der transzendental-idealistischen Erkenntnistheorie ansieht, daß nach ihr die Wirklichkeit nie „absolut“ erfaßt wird, so liegt doch darin gerade ihr Adel, daß sie nie den Forscher ausruhen läßt in dem Glauben, er habe die Wahrheit, sondern stets vorwärts weist auf ein fernes Ziel.

V. Mathematik.

Die Mathematik ist die Wissenschaft, in der sich die Funktionen des Denkens am reinsten offenbaren. In keiner anderen Wissenschaft gibt es so großartige und komplizierte Gedankensysteme, die mit solcher logischen Schärfe und Exaktheit aufgebaut und von einander abgeleitet werden. Sinneswahrnehmung und Erfahrung wird dabei garnicht zu rate gezogen, und das Denken scheint diese „Türme von Gedankenverbindungen“ rein aus sich selbst zu erzeugen. Es muß also sonderbar erscheinen, daß die Methoden der Mathematik auf Erfahrungswissenschaften anwendbar sind, und gerade eine so wichtige Rolle wie in der theoretischen Physik spielen, ja allein durch sie eine exakte Naturwissenschaft möglich wird. Es wird also eine der wichtigsten Aufgaben der Erkenntnistheorie sein, den logischen Ursprung und die Berechtigung der mathematischen Erkenntnis zu untersuchen und damit auch eine Prüfung der mathematischen Methoden der Naturwissenschaft vorzunehmen, um ihren Geltungsbereich abzugrenzen.

Die Grundfunktion des mathematischen Denkens ist das Zahlensetzen. Die Arithmetik ist die Wissenschaft, die die Zahlen und die Zahlenoperationen zu ihrem Gegenstand hat. Was ist eine Zahl, und welches sind die Erkenntnisquellen der Zähloperationen? Mach gibt darauf zwei wesentlich verschiedene Antworten, die unvermittelt neben einander stehen. Einmal nennt er die Zahlen bloße Zeichen, die von Menschen willkürlich gesetzt sind und deren Operationen daher auch willkürlich definiert werden können. Das Zahlensystem ist eine „Nomenklatur“. Es ist eine „freie Schöpfung des menschlichen Geistes“, „Zahlen nennen wir jene Begriffe, durch welche wir Gruppen von gleichen Gliedern in Bezug auf ihren

Gehalt bestimmen und von einander unterscheiden“ (E. u. J. 326). Durch die Zahlennamen heften wir den Objekten „Unterschiedszeichen“ an, oder auch „Ordnungszeichen“ (E. u. J. 327.).[1]) Die Operationen mit diesen willkürlich gebildeten Begriffen sind dann aber auch willkürlich. Die Algebra wird eine formale Wissenschaft. Die Sätze der Algebra drücken nur „Äquivalenzen von Ordnungstätigkeiten“ aus; sie wird zur „Zeichensprache“ zur „Pasigraphie“ für ein beschränktes Gebiet (E. u. J. 330.). „Durch das direkte Zählen konstatieren wir nur sinnlich tatsächlich Gegebenes. Da das Rechnen nur ein indirektes Zählen ist, so können wir durch dasselbe nichts wesentlich Neues über die sinnliche Welt erfahren“ (E. u. J. 329.). Durch diese Formulierung des Zahlbegriffs wäre die Exaktheit und notwendige Giltigkeit der arithmetischen Gesetze gesichert, sie wären aber nur teils „Definitionen“, teils „logische Gesetze über deren Verknüpfungen“. Diese Arithmetik wäre eine reine Arithmetik. Wie soll sie nun aber auf Naturwissenschaft anwendbar sein? „Wie sollte die Mathematik der Natur a priori Gesetze vorschreiben, da sie sich doch darauf beschränken muß, die Übereinstimmung des Rechnungsergebnisses mit den Ausgangsdaten nachzuweisen?“ (E. u. J. 329.) Aber warum müssen sich die Naturgegenstände nach unsern Rechnungsergebnissen richten? Die Voraussetzung, daß die Mengen in der Natur unveränderlich sind (P. V. 474), löst dieses Problem nicht.

Zu Grunde liegt dieser Ansicht Machs die Voraussetzung, daß die Sätze der Arithmetik „analytische Sätze“ sind. Das heißt, sie seien rein begriffliche Sätze, die durch Analyse des in den Begriffen durch Definition Festgesetzten, entstanden sind. Wir nehmen an, die „Einheit“ sei definiert. Dann bedeutet: $1 + 1 = 2$ ein „Einer“ und noch ein „Einer“ kann zusammengefaßt werden als „Zweier“. In diesem Zusammenfassen liegt aber bereits eine Synthese, die nicht in den Begriffen enthalten ist. Die neue Einheit „2“, die aus den getrennten Einheiten zusammengesetzt ist, wird dadurch erst gebildet. $1 + 1$ ist logisch nicht dasselbe wie 2. Es wird darin die eine 1 von der andern 1 unterschieden. Die Relation „+“ ist ein synthetischer Denkakt. Wenn man nun voraussetzt $1 + 1 = 2$, $2 + 1 = 3$, $3 + 1 = 4$ so ist daraus noch nicht $2 + 2 = 4$ durch logische Schlüsse abzuleiten. Es ist $2 + 2 = 2 + (1 + 1)$

1) Ähnlich (W. 67.) „Die Zahlen sind Namen“. Um ununterscheidbare Objekte unterscheiden zu können, ordnen wir jedem ein Zeichen zu, das uns „geläufiger, bekannter“ ist, als die Dinge.

$= (2 + 1) + 1 = 3 + 1 = 4$. Aber darin, daß die Klammern beliebig gefaßt werden können, ist über die Definitionen der Zahlen durch die Relation $+ 1$ hinausgegangen. Das assoziative Gesetz, das sich darin äußert, ist aus der Funktion der Synthese, die sich in der Zahlsetzung vollzieht, abzuleiten. Ähnliche Beweise lassen sich für die anderen Operationen geben. Wenn die arithmetischen Operationen willkürliche Definitionen für Beziehungen von Zahlen wären, so müßte jede Operation vollziehbar sein. Nun haben aber gewisse Operationen, wie z. B. $a : 0$ keinen Sinn. Die Gesetze der Arithmetik sind also synthetische Sätze. Sie gehen über das in der Definition in den Begriff hineingelegte hinaus. Es muß also nachgewiesen werden, weshalb sie auf Erfahrung anwendbar sind.

Überdies könnte Mach auch nicht angeben, wie die Zahlworte den Objekten zugeordnet werden sollen. Wenn die Objekte gleich sind, d. h. qualitativ nicht unterscheidbar, können ihnen doch nicht bestimmte Zahlennamen zugelegt werden. Dazu müßten sie bereits qualitativ unterschieden sein. Darauf antwortet Mach: „Das Zählen wird auf Objekte angewendet, welche zwar deutlich unterscheidbar, für uns aber in irgend einer beliebigen Beziehung gleich sind, d. h. welche sich in dieser Beziehung vertreten können. Die Zählobjekte, die sich in einer Beziehung vertreten können, heißen Einheiten“ (W. 69.). Damit hat er versucht, das Wesen der „Einheit“ aus qualitativen Eigenschaften abzuleiten. Wenn mehrere Objekte gleich sind, also „unter einen gemeinsamen Begriff fallen“, so ist damit schon der Zahlbegriff vorausgesetzt. Die Qualität, die das Merkmal des Begriffs ausmacht, ist eine inhaltliche Bestimmung. Logisch, ohne die Zahl vorauszusetzen, kann ich nur über den Inhalt des Begriffes Bestimmungen treffen. Aber jede Umfangsbestimmung, jede Subsumtion eines Gegenstandes unter einen Begriff, setzt die Zahlvorstellung voraus. Mit jeder Unterscheidung einzelner Objekte ist der Begriff der „Einheit“ vorausgesetzt. Einheit ist nicht auf „Gleichheit“ zurückzuführen, wenn Gleichheit nicht räumliche und zeitliche Identität bedeutet. Dann ist es aber keine qualitative Bestimmung mehr. Das „Vertreten können“ ist auch keine qualitative Bestimmung. Vertreten können sich nur „Einheiten“. Die Zahlvorstellung ist hier vorausgesetzt. Das Zahlensystem ist für Mach nur ein methodisches Prinzip des Ordnens, eine „Rechenmaschine“, während er stillschweigend doch in die Objekte schon den Zahlbegriff aufnimmt. Die Anwendbarkeit des Zahlbegriffs auf Objekte, die gegeben sind, ist eben un-

möglich, wenn nicht schon zur Bestimmung dieser Objekte der Zahlbegriff vorausgesetzt wird.

Dieser Schwierigkeit entgeht die andere Formulierung des Zahlbegriffs, die Mach gibt. Danach ist die Zahl ein aus den Objekten abstrahierter, empirischer Begriff. Alle Sätze der Arithmetik sind Erfahrungssätze. „Beschäftigung mit der Zahlvorstellung bei Wechsel der Objekte führt zur Auffassung der gleichen, von der Art des Objektes unabhängigen Reaktionstätigkeit, zum Zahlbegriff“ (E. u. J. 324.). Die arithmetischen Erfahrungen sind an körperlichen Objekten geläufig geworden. „Die Grundanschauungen sind der äußeren Erfahrung entlehnt, wie jene der Physik. Um aber in Gedanken mit denselben experimentieren zu können, werden sie vereinfacht, idealisiert. Die Einheiten der Arithmetik werden absolut gleich, gleichwertig gedacht“ (P. V. 475.). „Ich fasse die Sätze der Arithmetik als Erfahrungssätze auf, welche aus der innern Erfahrung geschöpft werden“, die Mathematik ist „ökonomisch geordnete, zum Gebrauch bereitliegende Zählerfahrung“ (W. 68.).[1]) Wenn die Zahlvorstellung aus der Erfahrung abstrahiert ist, ist sie natürlich auf Erfahrungsobjekte anwendbar. Aber in diesem Falle können alle arithmetischen Sätze nur empirische Giltigkeit haben. Sie brauchen nicht notwendig immer zu gelten. Eine Gruppe Objekte kann bei verschiedener Zählung verschiedene Anzahlen ergeben. Die Sätze müßten nur angenäherte Giltigkeit haben. Eine Arithmetik als allgemeingiltige wäre nicht möglich. Überdies sollen die Zählobjekte durch „Idealisierung“ gewonnen sein. Idealisierung setzt ein Ziel voraus, nach dem sie hingeht. „Idealisierung“ ist also eine teleologische Betrachtung, wodurch aber nie ein Gegenstand erst konstituiert werden kann. Eine Zweckbetrachtung setzt schon einen bestimmten Gegenstand voraus. Wenn ich von dem Unterschiede der Objekte absehe und sie als vollkommen gleich auffasse, muß ich den Begriff einer „Mehrheit gleicher Objekte“ schon voraussetzen. Darin liegt aber die Zahlvorstellung, sie kann nicht erst durch die Abstraktion entstehen.

Welche Ansicht Mach eigentlich vertritt, kann aus seinen Schriften nicht ersehen werden, da die Formulierungen bunt durcheinander angewandt werden. Die Konsequenzen dieser Bestimmungen hat er jedenfalls nicht gezogen. Beide machen aber die Voraus-

1) Vergl. auch W. 75f. die empiristische Ableitung des Differenzierens und Integrierens „Wir erkennen die Funktion an ihrer Reaktion wieder“ und W. 453.

setzung, daß das Objekt gegeben ist. Dann kann die Zahl nur ein „willkürlicher Begriff, eine Ordnungsmethode“ sein oder ein empirischer Begriff. Soll nun aber einerseits die Exaktheit der Zahlengesetze bestehen, so muß sie ein reiner Denkbegriff, eine Funktion des Denkens sein, soll sie aber andrerseits auf empirische Gegenstände anwendbar sein, so muß diese Denkfunktion eine Grundlage der Gegenstandsbestimmug sein. Damit überhaupt ein „Gegenstand“ als „einzelnes Objekt“ vom Denken erfaßt werden kann, ist der Begriff der Einheit schon vorausgesetzt. Die Erzeugung der Zahlen ist eine reine d. h. von Erfahrung unabhängige, aller Erfahrung vorausgehende, Erfahrung erst möglich machende Denkfunktion. Um daher das Wesen der Zahl zu untersuchen, muß man diese Funktion in ihrer Reinheit zu erfassen suchen, unabhängig von ihrem empirischen Gebrauch. Vor allem darf man nicht von gezählten „Dingen“ ausgehen. Die Zahl ist eine besondere Art der Grundfunktion des Denkens, der Beziehungssetzung. Der Ausgangspunkt für die Beziehung ist die „Einheit“ als „Eins“. Dieser wird eine andere Einheit als „Zwei“ gegenüber gesetzt und beide durch die Relation + zur „Zwei“ verbunden. Diese kann in einer neuen Relation als Ausgangspunkt dienen und führt zu einer weiteren Stelle. Da die Wiederholbarkeit dieser Setzung unbeschränkt ist, ergibt sich eine unendliche Reihe von Beziehungspunkten. Es kann aber auch rückwärts die umgekehrte Relation von einer Stelle zur vorhergehenden vollzogen werden und auch hier unendlich oft. Es ergibt sich so die Unendlichkeit der Zahlenreihe nach beiden Seiten als aus dem Wesen der Zahl folgend. Für die Empiristen und auch Mach ist diese „Unendlichkeit“ unerklärlich, denn unendlich viele „Dinge“ können nicht gegeben sein. Sie kann nur durch „Idealisierung“ erklärt werden. Der Unterschied zwischen Ordnungszahl und Anzahl ergibt sich jetzt so, daß in der „Ordnungszahl“ der Fortschritt des Denkens, in der „Anzahl“ aber das Zusammenfassen des ganzen Fortschrittes hervortritt. Logisch setzen beide einander voraus. Jede Ordnungszahl enthält die Anzahl in sich, und auch jede Anzahl eine Ordnungszahl. Deshalb ist es falsch, die Anzahl auf die Ordnungszahl zurückführen zu wollen, was Mach versucht. „Bei der Zählordnung bestimmt der letzte Name den ganzen Gliedergehalt, die Anzahl der Gruppe“ (E. u. J. 325). Im Begriff des „letzten“ ist hier schon die Anzahl, die damit erschöpft ist, enthalten. Daß die „Anzahl von der Ordnung der Zählung unab-

hängig ist“ (W. 69) gilt nur, wenn man Dinge, die gezählt werden, betrachtet. Dann aber darf daraus nicht ein Gesetz für die reine Zahlsetzung, das Kommutationsgesetz, für die Addition abgeleitet werden, wie Mach es tut. Dies Gesetz sagt nichts über Dinge, es ist kein Erfahrungsgesetz, sondern folgt aus der Relativität aller Zählung, die von jedem Punkte beginnen und in derselben Weise vollzogen werden kann.

Alle Operationen mit Zahlen bestehen in der „Gleichsetzung von Relationen“, worauf die Möglichkeit des „Einsetzens“ für einander beruht. Würden die Gleichungen von Dingen handeln, so würde ein Gleichsetzen zwischen verschiedenen Begriffen von Dingen gar keinen Sinn haben. Gleichheit kann nur Gleichheit einer Relation sein. Wenn es sich um Dinge handelt, haben die negativen, irrationalen und imaginären Zahlen keine wirkliche Bedeutung. Dann sind sie „Symbole“. Es ist aber dann die Kontinuität im Zahlengebiete verloren. Diese Zahlen sind nicht Erweiterungen des Zahlengebietes. Sie sind ursprünglich durch die Funktion der Zahlensetzung mitgesetzt. Daher sind die Operationen auf sie ebenso anwendbar wie auf reelle. Die reellen positiven Zahlen haben keine andere „Wirklichkeit“ als imaginäre. Die Methode, nach der die arithmetischen Rechenoperationen abgeleitet werden, ist der Schluß von n auf $n + 1$. Wenn von einem Satz bewiesen ist, daß er für eine beliebige Zahl n gilt, so wird gezeigt, daß er dann für $n + 1$ auch gilt. Dann muß er für jede Zahl gelten. Die Giltigkeit dieses Beweises folgt aus der Funktion der Zahlsetzung, die von jedem Punkt in derselben Weise erfolgt und die daher stetig dieselbe Gesetzmäßigkeit befolgt. Wer, wie Mach, die Zahlgesetze aus der Zählung der Dinge ableitet, kann die Giltigkeit eines Gesetzes durch einen Schluß von n auf $n + 1$ nie für alle Fälle beweisen.[1])

Die Addition erklärt Mach dadurch, daß „mehrere Gruppen von gleichen Gliedern in eine Gruppe zusammengefaßt und die Zahl der Glieder derselben angegeben wird“ (E. u. J. 328). Warum ist aber ein solche Zusammenfassung möglich? Sind die Zahlen abstrahierte Begriffe, so kann durch keine Zusammenfassung etwas Neues daraus entstehen. Die Möglichkeit der Addition besteht darin, daß die Zahlsetzung relativ ist, also von jedem Punkte an-

1) Was es heißt, den „Objekten“ Gleichförmigkeit und Kontinuität (E. u. J. 311) zuzuschreiben, ist nicht verständlich. Diese Prädikate kann nur das Denken erzeugen.

gefangen werden kann. $5 + 3 = 8$ bedeutet, daß ich von der 5 als 0 weiterzählen kann 1, 2, 3 und diese Zählung äquivalent ist der Zählung 6, 7, 8. Analog ist die Subtraktion als Äquivalenz der Beziehungsschritte aufzufassen. Durch die Subtraktion kommt man auf negative Zahlen; der Unterschied zwischen positiven und negativen Zahlen beruht auf der verschiedenen Richtung der Relation und der Möglichkeit, die Relation rückwärts zu vollziehen. Die Erklärung des Unterschiedes durch rechts und links, was eine „physiologische Bestimmung" (E. u. J. 378) sein soll, setzt den Unterschied zwischen positiv und negativ vielmehr schon voraus. Rechts und links sind „entgegengesetzte" Richtungen nur in sofern als ein Weiterschreiten in einer Richtung durch die gleiche Anzahl Schritte in der andern zum Ausgangspunkt zurückführt. Das Wesen der Relation besteht darin, daß sie in einer Richtung verläuft. Die Möglichkeit einer eindeutigen Bestimmung wäre aufgehoben, wenn durch die Angabe der Relation die Richtung zweideutig bliebe. Der Unterschied zwischen positiv und negativ liegt in der Grundfunktion der Synthesis des Denkens. Er ist bei aller Gegenstandsbestimmung vorausgesetzt. Daß die positiven und negativen Richtungen empirisch nicht absolut bestimmt werden können, sondern nur relativ, liegt daran, daß jede empirische Maßbestimmung relativ ist.

In der Multiplikation hat Mach kein besonderes Problem gesehen. Man kann Gruppen von mehreren Gliedern als Glieder einer höheren Gruppe zählen, und mit ihnen rechnen (E. u. J. 326). Wenn man von Dingen spricht, hat das Verfahren keinen Sinn. Ich kann nicht mehrere Dinge als ein Ding auffassen, und diese verschiedenen Dinge dann nicht zusammenzählen. Dieselbe Schwierigkeit tritt bei der Division auf. Ein Ding kann nicht geteilt werden, wenn es nicht schon als eine Vielheit gleicher Teile aufgefaßt ist. Um von „natürlichen Teilen" zu sprechen (W 73) ist auch der Begriff des „Teiles" schon vorausgesetzt. Dann aber können Teile, die selbständige Dinge sind, nicht miteinander verglichen werden. Daher müßte der Bruch als ein dem Zahlensystem fremdes Gebilde erscheinen, das durch die „feinste dekadische Teilung" niemals getroffen werden kann. „Er ist dem dekadischen System gegenüber eine relative Irrationalzahl" (W. 73 f.). Wenn man aber von der reinen Funktion der Zahlsetzung ausgeht, so ist die Multiplikation ein „Zählen von Zahlen." Eine Vielheit wird als Einheit einer neuen Zählung gesetzt. Die Zahl erfüllt

hier eine neue Funktion als „Maßzahl“. Es wird eine Vielheit mit einer Einheit verglichen. Dies ist aber der Sinn alles Messens. Die Multiplikationsgleichung drückt eine „Äquivalenz“ verschiedener Zählweisen“ aus $2 \cdot 3 = 6 \cdot 1$. Die Division aber entsteht daraus durch Vergleichung dieser Zählweisen. $6 : 3 = 2 : 1$ und drückt das Verhältnis zu den relativen Einheiten aus. Der Bruch ist auch durch sein Verhältnis zur Einheit definiert. $1 : 2 = \frac{1}{2} : 1$. Der Bruch ist nicht etwas Neues, durch die Division erst geschaffenes. Er ist ein Relationspunkt, der durch die Division definiert wird, wie jede Zahl ein Relationspunkt ist.

Dieselben Schwierigkeiten treten in Machs Erklärung des Irrationalen auf. Wenn Zahlen Anzahlen von Dingen sind, hat es keinen Sinn, Zahlen, die durch Zählen nie erreicht werden können, einzuführen und mit ihnen zu rechnen. Sie müssen dann als „Symbole“, „methodische Hilfsbegriffe“ bezeichnet werden, welchen „gelegentlich auch gar kein Objekt entspricht“. Sie sind „heuristische Methoden“, „Modelle“, „Arbeitshypothesen“ (E. u. J. 396. Anm.). Wenn nun aber das „Irrationale“ keine „Wirklichkeit“ im Sinne der andern Zahlen hat, nur eine Methode ist, kann die Berechtigung dieser Methode nicht erwiesen werden, wenn man sie nicht aus dem Wesen der Zahlenfunktion ableitet. Die Irrationalzahl wird als Grenzwert zwischen zwei unendlichen Reihen rationaler Zahlen, die sich beliebig nähern, eingeschlossen. Daß dieser Grenzwert existiert, folgt aus der Stetigkeit der Zahlenreihe. Diese aber ist eine notwendige Voraussetzung dafür, daß überhaupt die Operationen stets eindeutig vollzogen werden können. Die Stetigkeit des Zahlenkontinuums ist geschaffen durch die „qualitative“ Einheit des synthetischen Denkprozesses bei der Zahlensetzung. Das wesentliche Merkmal dieses Kontinuums ist, daß jedes Glied seine Stellung „zwischen“ bestimmten anderen Gliedern hat. Die Irrationalzahl ist aber als eine Stelle dieses Kontinuums definiert durch die Reihe der Näherungswerte, die sich von „oben“ und „unten“ der Zahl beliebig nähern und „zwischen“ denen die Zahl eingeschlossen ist. Mach kann diese „Kontinuität“ des Zahlensystems nicht gelten lassen. Er nennt sie eine „Fiktion“. Durch beliebig fortschreitende Teilung können stets nur einzelne Punkte erreicht werden, deshalb ist es blos eine Täuschung, wenn „man meint, das gemessene System ins unendliche teilen zu können“ (W. 76). „Die Zahl, zunächst zur Bewältigung des Diskreten ge-

schaffen, ist also dem als unerschöpflich gedachten Kontinuum gegenüber kein zureichendes Mittel“ (W. 74). Warum überhaupt die Zahl zu einer Messung benutzt werden kann, hat Mach nicht untersucht. Die Zahl als Anzahl von „Dingen“ ist überhaupt keine „Größe“, hat garkeine metrische Beziehung und jede Messung durch einen Maßstab müßte voraussetzen, daß getrennte Teile des Kontinuums schon bestehen. Aber diese Teile werden durch die Messung erst geschaffen. Wäre die Zahl blos eine Quantität, so könnte sie nie zur Größenbestimmung dienen. Die Zahl wird aber zur „Größe“ und zwar zur kontinuierlichen durch ihre „qualitative“ Einheit, die durch die Einheit ihres synthetischen Erzeugungsprozesses begründet wird. Darin hat Mach Recht, Kontinuität kann nur durch einen Denkprozeß erzeugt werden, und wenn man diesen leugnet, gibt es keine Kontinuität. Durch „Anschauung“ oder „Sinneswahrnehmung“ kann ich nicht zum Begriff des „Kontinuums“ kommen. „In der Sinnlichkeit“ gibt es „keine unendliche Anzahl von Gliedern, keine unendlich kleinen Unterschiede.“ Damit wäre aber überhaupt eine eindeutig bestimmte Messung und eine quantitativ bestimmende Wissenschaft unmöglich. Wenn überhaupt „Messung“ möglich sein soll, muß das Denken nach derselben Synthese, nach der die Zahlreihe erzeugt wird, auch die Form der Kontinua erzeugen, die gemessen werden sollen. Die Kontinuität von Zeit und Raum und aller physikalischen Kontinua besteht nur darin, daß das Denken sie nach demselben Grundprozeß, wie die Zahl, erst erzeugt. Ein „Erfahrungsergebnis“ bei der „komplizierten Reaktion der Anlegung des Maßstabes“ (W. 72 f.) setzt stets den Begriff eines meßbaren also „zahlenmäßig“ bestimmbaren Kontinuums voraus.

Zu den sonderbarsten Absurditäten aber führt die Leugnung der Kontinuität Mach bei der Beschreibung der Infinitesimalrechnung (W. 74ff.), „Wenn $y = x^m$ so finde ich für einen Zuwachs dx von x.

$$dy = mx^{m-1}\,dx + \frac{m(m-1)}{1\cdot 2}x^{m-2}\,dx^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{1\cdot 2\cdot 3}x^{m-3}\,dx^3 + \ldots.$$

Mit diesem Ergebnis reagiert die Funktion x^m auf eine bestimmte Operation, die des Differentiierens“. Unter „reagieren“ kann nur eine der physikalischen oder chemischen Reaktion ähnliche gemeint sein. Das Wesen der physikalischen „Reaktionen“ aber wird auf

Differentialgleichungen, die zwischen den Elementen bestehen, zurückgeführt[1]). Diese Ableitung ist offenbar ein Zirkel, indem Funktion durch Reaktion, und Reaktion durch Funktion erklärt wird. Die Reihe, mit der die Funktion reagiert, ist eine unendliche, es besteht keine Berechtigung sie abzubrechen, ohne die Exaktheit zu beeinträchtigen. Nur wenn das Wesen des Unendlichkleinen dahin bestimmt ist, daß die unendlich kleinen Größen höherer Ordnung gegen die niederer Ordnung zu vernachlässigen sind, wird dieser Schritt zulässig. Ferner soll die Integralrechnung auf die Differentialrechnung und auf die „Quadratur" zurückgeführt werden. Sie muß aber selbständig begründet werden; denn meist führt die Integration gerade zu neuen, erst dadurch definierten Funktionen. Die Berechtigung aller Infinitesimalmethoden in der Mathematik und Physik hat Mach selbst durch die Leugnung des Kontinuums aufgehoben.[2]) Andrerseits will er aber alle Gesetze der Naturwissenschaft auf „Differentialgleichungen" zurückführen.[3]) Das Wesen der Funktion besteht darin, daß eine Größe sich mit einer andern nach einem bestimmten Gesetz verändert. Dieses Gesetz der Änderung, das „Verhältnis der Änderung" ist durch den Differentialquotienten ausgedrückt. Dieser ist als Relation eine neue Funktion. Er begründet durch Zurückgehen auf das Unendlichkleine erst die Kontinuität des Überganges. Die Infinitesimalmethode ist der eigentliche Ausdruck der synthetischen Funktion des Denkens bei der Zahlerzeugung.[4])

Da Mach die Zahlen nur als Anzahlen von Dingen definiert, kann den imaginären Zahlen keine Wirklichkeit zukommen. Er bezeichnet sie als willkürlich eingeführte Definitionen, deren Gebrauch sich praktisch bewährt hat. Schon die Operation $(-1)\cdot(-1) = +1$ kann er nicht erklären und muß sich auf die Erfahrung berufen (E. u. J. 331.). Die Multiplikation mit „Minus" hat aber den wohl angebbaren Sinn einer Umkehrung der Relation „Minus" also der Fortschritts-„Richtung". Nun ist $(-1)^0 = +1$; $(-1)^1 = -1$ also ein Übergang von einer „Richtung" in die entgegengesetzte. Dieser

1) Vergl. E. u. J. 321 f.

2) W. 76 f.

3) Vergl. E. u. J. 321 f.

4) Mach bestreitet die „Existenz" des unendlich Kleinen, weil es ihm dem Archimedischen Axiom zu widersprechen scheint. Das Archimedische Axiom gilt allerdings nur für endliche Teilung. Aber das unendlich Kleine ist auch durch das Gesetz seiner Zusammenzählung den endlichen Größen eindeutig zugeordnet.

Übergang muß auch stetig sein. Diese Stetigkeit wird erreicht durch die Operation $(-1)^{\frac{1}{2}} = i$. Damit ist die Richtung zwischen der + Reihe und der — Reihe halbiert, und ein stetiger Übergang der Richtungen geschaffen. Das Imaginäre ist also durch die Forderung der Stetigkeit der Richtungen, die durch die Zahlenreihe gestellt ist, notwendig gefordert. Dadurch ist eine neue Dimension geschaffen, die durch bestimmte Beziehungen mit der ersten Dimension verbunden ist. Es ist nicht eine willkürliche Erweiterung des Zahlengebietes; von einer solchen könnte nicht nachgewiesen werden, daß auf sie die algebraischen Operationen anwendbar sind. Die Darstellbarkeit der imaginären Zahlen als Vektor in der Ebene beruht auf der Zweidimensionalität des Zahlenkontinuums. Dadurch ist der Übergang vom Zahlensystem auf die mehrdimensionale Geometrie geschaffen.

Die Geometrie ist die Wissenschaft von den räumlichen Relationen. Ihre erkenntnistheoretische Begründung ist also durch die Definition des Raumbegriffes bedingt. Wie wir im 3. Abschnitt gezeigt haben, nennt Mach den Raum eine „Empfindung". Alle Erkenntnis über räumliche Verhältnisse muß dann aus der Empfindung stammen; sie muß auf Erfahrung beruhen. Der Raum der Geometrie ist ein aus den Raumempfindungen abstrahierter Begriff. Die Geometrie ist also die Wissenschaft von den „Körpern, insofern dieselben sich durch Raumempfindungen bestimmt zeigen", ebenso wie Wärmelehre in Bezug auf die Wärmeempfindungen (E. u. J. 353). Durch Vergleichen der Raumempfindungen müßten wir das Verhalten der Körper kennen lernen; da die Raumempfindungen aber physiologisch bedingt sind, müßten wir die Körper direkt mit den Körpern, die wir an denselben Ort bringen, vergleichen. Die Sätze der Geometrie wären durch „Induktion" gewonnen. „Die Einsicht, daß die Winkelsumme des ebenen Dreiecks 2 Rechte beträgt, ist also auf dem Wege der Erfahrung gewonnen worden, nicht anders als etwa der Hebelsatz und das Boyle-Mariottesche Gasgesetz" (E. u. J. 365.). „Die Grundsätze der Geometrie" sind der physikalischen Erfahrung entnommen, indem ja die Raumanschauung, die Raumempfindung an sich der Messung gar nicht zugänglich ist, keine metrischen Erfahrungen zuläßt". Sie ist „qualitativ nicht quantitativ" (E. u. J. 383).[1]) Ob nun die mathematischen Lehrsätze aus physiologischen oder physikalischen

1) Vergl. E. u. J. 386.

Erfahrungen stammen, sie könnten immer nur empirische Giltigkeit haben, nie könnte ihre absolute Giltigkeit durch Erfahrung erwiesen werden. Anstatt, daß nun ihre Sicherheit durch eine große Anzahl Experimente gestützt wird, werden sie vielmehr bei Gelegenheit einer einzigen Darstellung an einer Figur als evident erkannt. Ihre Giltigkeit ist auch nicht nur eine approximative, wie die aller physikalischen Gesetze. Ihre genaue Giltigkeit wird vielmehr bei jedem physikalischen Experiment vorausgesetzt.

Diesen Unterschied von den physikalischen Gesetzen sucht Mach daraus zu erklären, daß die Gegenstände der Geometrie „vereinfachte, idealisierte physikalische Objekte“ seien. Die geometrischen Sätze werden durch eine „vollständige Induktion“ gewonnen. Durch einen Blick kann hier „die vollständige Übersicht über alle möglichen Fälle gewonnen werden“. Diese ist möglich wegen der „Gleichförmigkeit und Kontinuität der Objekte“ (E. u. J. 310f.). Wenn aber alle möglichen Fälle eines Kontinuums verglichen werden sollen, muß doch die Beziehung, in der sie gleichförmig sind, vorher bestimmt sein. Diese Richtung, in der verglichen wird, kann nicht wieder aus Erfahrung geschöpft sein. Sie ist logische Voraussetzung der Möglichkeit aller mathematischen Erfahrung. Dasselbe gilt für die „Idealisierung“. „Wird ein beliebig geformter Draht an zwei an einem Brett befestigte Stifte angelegt, und in steter Berührung mit denselben verschoben, so ändert sich hierbei die Form und die Lage der Drahtteile zwischen den Stiften unausgesetzt. Je gerader der Draht wird, desto kleiner fällt diese Änderung aus. Ein gerader Draht verschiebt sich bei diesem Vorgang in sich selbst“ (E. u. J. 368f.). Woher kommt hier der Begriff des „Geraden?“ Um die verschiedenen Drähte in Bezug auf das Geradesein zu vergleichen, ist der Begriff des „Geraden“ schon vorausgesetzt. Die Berufung auf die „physiologische Einfachheit“ verschiebt das Problem nur. „Alle Teile derselben bedingen die „gleiche“ Richtungsempfindung, jeder Punkt löst das Mittel der Raumempfindungen der Nachbarpunkte aus“. Was ist eine Richtungsempfindung? Und was ist ein „Mittel“ von Raumempfindungen? Empfindungen sind doch nicht meßbare Größen. Soll die Anschauung der mathematischen Linien durch Absehen von der Dicke der Fäden, die sie darstellen, geschehen, so kann wohl die Dicke eines körperlichen Fadens als sehr klein aber nie als überhaupt gleich Null angesehen werden. Ebenso kann der Punkt durch Abstraktion nie überhaupt jede Ausdehnung verlieren.

Ferner kann das „Axiom", daß die Grade durch „irgend" zwei ihrer Punkte bestimmt ist, nie aus Erfahrung an Drähten erwiesen werden. Denn bei diesen kann nur eine beschränkte Anzahl Punkte untersucht werden. Dasselbe gilt für die Ebene. Daß jede Gerade, die durch „irgend" zwei Punkte der Ebene geht, ganz in die Ebene fällt, kann durch Erfahrung an Linealen nie erwiesen werden. Auch die Begriffe des Kreises, der Kugel, des Zylinders usw. können durch „Schematisierung", „Idealisierung" nicht entstehen, wenn nicht das „Typische", das durch die Idealisierung hervorgehoben werden soll, vorausgesetzt wird.

Aus der physikalischen Erfahrung will Mach auch die Kongruenzsätze herleiten. Wir sehen, daß die Körper eine „gewisse Beständigkeit haben, räumlich beständig, unzerstörbar" sind. Die Raumempfindungen, die ein Körper auslöst, sind unabhängig von seiner Lage gegen andere Körper. Auf Grund dieser Erfahrung werde die Kongruenz der Körper beurteilt (E. u. J. 355 ff.). Von den tatsächlichen Veränderungen des physikalischen Körpers wird dabei abgesehen, und als „ideales" geometrisches Objekt ein unveränderlicher Körper angenommen. Den Beweis des pythagoreischen Lehrsatzes führt er auch auf Flächenerhaltung des Dreiecks bei Verschiebung zurück (E. u. J. 374 f.). Alle Messungen von Körpern führt Mach auf das „Deckungserlebnis" bei dem Anlegen des Maßstabes, und die Erfahrung, daß der Maßstab bei der Bewegung beständig bleibt, zurück. Der erste Fehler dieser Ableitung ist, daß sie Kongruenz, die eine mathematische Beziehung ist, auf „Bewegung" zurückführt und damit die Begriffe von Zeit und „Existenz" für die mathematische Begründung benutzt, während „Existenz" zu ihrer Bestimmung die Geometrie voraussetzt. Das „Deckungserlebnis" aber ist eine Erfahrung, also könnten die Kongruenzsätze nur angenäherte und empirische Giltigkeit haben. Der Grundsatz der Geometrie, daß zwei Größen, die einer dritten gleich sind, auch unter einander gleich sind, könnte durch Erfahrung nie bewiesen werden. Die Möglichkeit, von jedem Punkte in jeder Richtung zu jeder Linie „eine" Kongruente zu konstruieren, ist durch Erfahrung nicht nachzuweisen, denn sie ist Voraussetzung jeder Bewegung ohne Gestaltsveränderung. Das Parallelenaxiom aber, oder was auf dasselbe herauskommt, den Winkelsummensatz für das Dreieck erklärt Mach auch für einen Erfahrungssatz. Es ist aber leicht zu zeigen, daß alle Beweise desselben (E. u. J. 363 ff.) eine petitio principii begehen. Am deutlichsten ist dies bei

dem Beweis von Thibaut. Der Beweis dafür, daß sich parallele Linien „nie“ schneiden, kann durch Erfahrung überhaupt nicht erbracht werden. Die „Stetigkeit“ und „Dreidimensionalität“ des Raumes beweist Mach so: „Wir ziehen von einem Punkte aus 3 Geraden, die nicht alle drei in einer Ebene liegen. Durch 3 Fortschreitungen parallel diesen Geraden kann von jedem Punkt aus jeder andere erreicht werden“ (E. u. J. 382). Wie kann aber Erfahrung zeigen, daß ich „jeden“ Punkt erreichen kann?

Weil Mach die Geometrie für eine „Naturwissenschaft“ hält, werden ihm die Axiome „Verallgemeinerungen“ aus einzelnen Erfahrungen, „Hypothesen“ im Sinne der naturwissenschaftlichen Hypothesen. Die Ableitung der spezielleren Sätze aus ihnen, überhaupt das deduktive Verfahren der Geometrie hat lediglich einen „ökonomischen“ Wert zum Zweck der besseren Darstellung. Er hat dieses Verfahren der Geometrie daher nicht näher untersucht. Blos logisch deduktiv kann es nicht sein, sonst wären die mathematischen Sätze analytisch. Die „Konstruktion“ und „Spezialisierung“ muß also zu Hilfe genommen werden (E. u. J. 305). Aber die Konstruktion als Verfahren des Denkens überhaupt ist unmöglich, wenn ihm durch die „Anschauung“ ein denkfremder Stoff geboten wird. In welcher Richtung soll die Konstruktion vorgehen? Ist dies durch die Anschauung bestimmt, so muß diese doch irgendwelche „Denkbestimmungen“ enthalten, was Mach leugnet. Ist es aber durch das Denken allein bestimmt, so ist die Anschauung zur Entwicklung der Mathematik ganz überflüssig. Machs Fehler ist, daß er die Axiome der Geometrie nicht auf ihre systematische und logische Bedeutung untersucht hat. Er hat kritiklos Euklids Axiome angenommen. Aber diese haben das Wesen der mathematischen Grundgebilde nicht erfaßt, sondern nur verschleiert. Indem sie sich auf Anschauung berufen, enthalten sie die Denkbestimmungen, aus denen alle geometrischen Sätze abgeleitet werden, nicht. Aus ihnen kann kein einziger Satz bewiesen werden. Hilbert[1]) hat aber jetzt ein Axiomensystem aufgestellt, das unmittelbar aus der synthetischen Funktion des Denkens bei der mathematischen „Bestimmung“ folgt und aus dem sich daher durch Ausführung dieses Verfahrens die geometrischen Sätze ergeben. Die Axiome können hier nicht näher ausgeführt werden, aber ihr Zusammenhang mit der Denkfunktion soll aufgedeckt

1) Hilbert „Grundlagen der Geometrie“. 3. Aufl. Leipzig-Berlin 1909.

werden. Auf dieselbe Weise wie die Zahlenreihe, wird durch das Denken die Punktreihe, die gerade Linie durch die fortlaufende Relation, die stets in einer Richtung verläuft und von jedem Punkte wiederholt werden kann, bestimmt. Diese Relation ist aber durch zwei Relationspunkte für die ganze Linie eindeutig bestimmt. Diese Beziehung ist notwendig, wenn überhaupt eine eindeutige Bestimmung und damit ein „Messen" der räumlichen Verhältnisse möglich sein soll. Die Ebene aber entspricht dem Beisammensein der komplexen Zahlen. Die Axiomgruppen der „Verknüpfung" und „Anordnung" folgen aus diesen Bestimmungen. Das Axiom der Parallelen aber ist durch die Forderung der Homogeneität des Raumes gegeben. Danach müssen sich an allen Punkten des Raumes dieselben Konstruktionen ausführen lassen, also auch dieselben Richtungen existieren und zwar nur einmal. Wäre der Raum nicht homogen, so müßte zur Bestimmung der Inhomogeneität noch ein anderer Raum vorausgesetzt sein. Die Homogeneität ist also Voraussetzung der eindeutigen Bestimmbarkeit der Erfahrung. Aus dieser Forderung aber, verbunden mit der Maßbeziehung der Zahl, folgen die Axiome der Kongruenz. Das Archimedische Prinzip aber, das die „Stetigkeit" des Raumes ausspricht, folgt aus der Stetigkeit der „Größe". Der Raum ist eine „Größe wie die Zahl". Diese ist aber ihrem Wesen nach stetig. Stetigkeit kann nicht aus Erfahrung gewonnen werden. Sie bedingt erst die Möglichkeit jeder „Messung" und damit die räumliche Erfahrung.

Durch Machs Auffassung der Geometrie als empirische Wissenschaft ist auch seine Stellung zur nichteuklidischen Geometrie bedingt. Wenn die geometrischen Axiome durch Induktion gewonnene naturwissenschaftliche Hypothesen wären, müßte ihre Richtigkeit auch durch Erfahrung erwiesen werden können. Nachdem sich gezeigt hat, daß das 5. Postulat Euklids, das das Parallelenaxiom enthält, sich nicht deduktiv aus den andern ableiten läßt, könnte nur durch Erfahrung entschieden werden, ob es in der physikalischen Welt gilt oder nicht. Denn ein Aufbau einer Geometrie, die das 5. Axiom nicht benutzt, führt zu keinen Widersprüchen. Die Experimente, die die Richtigkeit der Axiome prüfen, beruhen meist auf Winkelmessung mit physikalischen Hilfsmitteln (E. u. J. 404 ff.)[1]). Diese Versuche könnten natürlich nur die Richtig-

1) „Die Existenz ungleich großer, ähnlicher Dreiecke ist ein experimenteller Beweis" für die Euklidische Geometrie. (l. c.).

keit des Axioms innerhalb der Fehlergrenzen der Beobachtung erweisen. Die Tatsachen der räumlichen Beobachtung würden also sehr wohl auch mit den Systemen der nichteuklidischen Geometrie übereinstimmen, wenn man nur das „Krümmungsmaß" des Raumes genügend klein annimmt (E. u. J. 415). Dieser Ansicht Machs muß aber entgegnet werden, daß es wohl möglich ist, analytisch begriffliche Systeme aufzustellen, die im übrigen unserer Geometrie entsprechen, in denen aber das 5. Postulat Euklids nicht gilt. Man kommt dabei zu widerspruchslosen Systemen von Sätzen. Aber jede geometrische Deutung dieser Rechnungen ist nur eine Darstellung der Gebilde im Euklidischen Raum, wie deutlich aus Machs Beispielen hervorgeht (E. u. J. 410—415). Die Übertragung des Begriffs Krümmungsmaß auf den Raum ist schon unberechtigt, wie Mach selbst einsieht[1]). Die Euklidische Geometrie ist dadurch von den andern ausgezeichnet, daß sie allein eine „eindeutige" Bestimmung zuläßt. Sie kann also allein eine mathematische Naturwissenschaft möglich machen. Wenn der Raum irgend ein positives oder negatives Krümmungsmaß hätte, wäre ein zweiter Raum notwendig, um dieses Krümmungsmaß zu bestimmen. Nur das Krümmungsmaß 0 ist eindeutig bestimmt. Ferner ist die Euklidische Gerade die einzige, die durch die Angabe zweier Relationspunkte eine eindeutig bestimmte Zahlenbeziehung festlegt, die nach beiden Seiten offen und unbegrenzt ist. Die „Riemannsche" Gerade läuft wieder in sich selbst zurück. Man kann sich das Verhältnis der Maßbestimmungen an einer geschlossenen Linie darstellen. Die Richtung $\overrightarrow{BA}$ ist der Richtung $\overrightarrow{AB}$ sowohl gleich als auch entgegengesetzt gerichtet, also nicht eindeutig bestimmt. Bei der „Lobatschefskij"schen aber, die endlich ist, erfordert die Bestimmung der Endpunkte noch einen anderen Ausgangspunkt. Es ist also nicht, wie Mach annimmt, die Euklidische Geometrie die „einfachste" von allen, und wird deshalb festgehalten, sondern sie ist die einzige, die eindeutige Bestimmung, also erst eine Physik, möglich macht.

Der prinzipielle Fehler Machs aber ist der, daß er glaubt, die physikalische Erfahrung könne entscheiden, welche Geometrie giltig sei. Die Geometrie macht die Physik erst möglich, sie ist vorausgesetzt bei aller Physik. Der Raum kann nie gemessen werden, er ist Voraussetzung aller Messung. Ob sich physikalische

1) E. u. J. 399.

Objekte bei der Bewegung deformieren, hat keinen Sinn zu fragen, da der Maßstab die Deformation mitmacht und ich ihr Verhältnis zum Raum nicht messen kann. Dies erkennt Mach auch selbst an (E. u. J. 419); es ist daher nicht verständlich, in welcher Weise er die experimentelle Prüfung der geometrischen Axiome vornehmen will. Auch astronomische Beobachtung, wobei die Lichtstrahlen als Gerade vorausgesetzt sind, oder mechanische, die die Trägheitsbahnen der Körper als geradlinig annehmen, können bei geeigneter Modifikation dieser Voraussetzung mit jeder anderen Geometrie in Übereinstimmung gebracht werden. Durch Erfahrung läßt sich nie entscheiden, welche Geometrie die „richtige" ist. Nur Machs falsche Voraussetzung, daß der Raum „gegeben" also ein Objekt der Physik sei, führt ihn zu dieser Meinung.

VI. Naturwissenschaft.

Die Stellung, die Mach der Physik gegenüber einnimmt, ist einerseits bedingt durch seine Auffassung der Kategorien und andererseits durch seine Theorie der Mathematik. Wenn die Kategorieen, die allein Allgemeingiltigkeit und Notwendigkeit des Denkens begründen können, als „Denkgewohnheiten" oder „subjektive Nötigungen" angesehen werden, muß natürlich auch die objektive und notwendige Geltung der Naturgesetze geleugnet und zu einer nur subjektiv begründeten Wahrscheinlichkeit werden. Wenn aber die Mathematik eine empirische Wissenschaft ist, wird die Möglichkeit einer mathematischen Physik wie überhaupt einer mathematisch exakten Bestimmung der Erfahrungsergebnisse aufgehoben.

Ziel und Zweck der Physik ist die „Nachbildung der Tatsachen durch unsere Gedanken" (A. d. E. 257). Die Wissenschaft soll eine möglichst einfache Beschreibung der Tatsachen geben, keine Erklärung. Mach bekämpft entschieden die Ansicht, daß die „Erklärung" zu einer neuen Einsicht führe. Jede Erklärung, wie etwa die des Verhaltens zweier Eisenstücke durch den „Wärmezustand" oder in anderer Beziehung durch den „magnetischen Zustand" ist nur ein „Name" für bekannte Vorgänge, die zu erwarten sind. „Wert hat allein die Beziehung des Tatsächlichen zu Tatsächlichem und diese wird durch die Beschreibung erschöpft." Eine Tatsache erscheint uns vertrauter, sie ist „erklärt", wenn sie auf besser bekannte Tatsachen zurückgeführt werden kann (W. 434 f.). Hier hat Mach die „Tatsache" als etwas „gegebenes"

aufgefaßt, eine Ansicht, die schon im 4. Abschnitt widerlegt ist. Infolge dieser Auffassung aber hat er das Wesen der physikalischen Erklärung vollständig verkannt. Die Erklärung soll nicht aus metaphysischen Ursachen, die zu den Erscheinungen hinzugedacht werden, erfolgen. Die Ursachen, aus denen erklärt wird, müssen die systematischen Begriffe der Wissenschaft selbst sein. Jede Tatsache wird erst wissenschaftliche Tatsache, wenn sie durch ihre Stellung im System der Wissenschaft in bestimmte Beziehungen zu anderen Tatsachen gesetzt und dadurch „eindeutig" bestimmt ist. Die Erklärung ist also nicht nur eine Vergleichung einer Tatsache mit früher bekannten, sondern die Vergleichung erfordert zunächst ein Bestimmtsein der Tatsache, was immer nur durch ein „allgemeines Prinzip" geschehen kann. Das allgemeine Prinzip ist also das logische Prius, nicht die einzelne Tatsache, wie Mach voraussetzt. Daß die allgemeinen Sätze der Naturwissenschaft „Forderungen der Denkbarkeit der Tatsachen" sind, hat Mach wohl eingesehen (E. u. J. 248 f.) und ebenso den nie ganz zu vollendenden Prozeß der eindeutigen Bestimmung erkannt. „Die absolute Exaktheit, die vollkommen genaue eindeutige Bestimmung der Folgen einer Voraussetzung besteht in der Naturwissenschaft nicht in der sinnlichen Wirklichkeit, sondern nur in der Theorie" (E. u. J. 456).[1]) Aber indem der Theorie die Erfahrung schroff gegenübergestellt wird (E. u. J. 456 f.) und die Theorie erst als aus der Erfahrung gezogen und nachträglich mit ihr in Übereinstimmung gebracht hingestellt wird, ist gerade die Möglichkeit einer exakten Bestimmung der „Erfahrung" und damit die Möglichkeit einer „empirischen Wissenschaft" nicht erwiesen. Der Begriff der „eindeutigen Bestimmung" wird dadurch für Mach selbst von der Erfahrung abhängig. Er bezeichnet es mit Petzold als „Erfahrungstatsache", daß „die Naturvorgänge eindeutig bestimmte sind" (M. 420).

Den Begriff der „Erfahrung" hat Mach dogmatisch vorausgesetzt, ohne das Problem, das in ihm liegt, zu untersuchen. Wenn, wie Mach voraussetzt, der Gegenstand der Physik „gegeben" wäre, so würde diese Wissenschaft nie neue Resultate gewinnen können gegenüber der Weltanschauung des gemeinen Mannes. Nur würde sie sie etwas geordneter darstellen. Nun geht aber die Physik von einem andern „Gegenstande" aus als der denkende

1) Vergl. auch: E. u. J. 457 f. M. 403, 420 f.

Mensch im gewöhnlichen Leben. Diese Gegenstände, – sei es nun der Begriff der „Masse“ oder „Energie“ oder „Atome“ oder Elektronen, Luft-, Äther- oder elektromagnetische Schwingungen, die die natürliche Weltanschauung nicht kennt, — sind aber nicht feste Ausgangspunkte. Sie sind hypothetisch gesetzt; die Physik ist nicht voraussetzungslos und kann nicht voraussetzungslos sein. Sie kann ihr Objekt nur durch Relationen bestimmen. Jede Relation setzt aber einen Bezugspunkt voraus. Diese Ausgangspunkte aber werden im Laufe der Entwicklung der Wissenschaft geprüft und wieder auf frühere Bezugspunkte zurückgeführt. Sie sind nicht „bildliche Darstellungen“, durch Anschauungen aus anderen Wissenschaftsgebieten versinnlicht; eine Darstellung der Systembegriffe eines Gebietes durch die eines anderen ist nur möglich, weil dieselbe Funktion des Denkens in beiden Gebieten der Gegenstandsbestimmung ihre Form gibt. Die Voraussetzungen der Wissenschaft sind notwendig, damit überhaupt eine empirische Wissenschaft möglich ist. Welches diese Voraussetzungen sind, muß hypothetisch entschieden werden nach ihrer Fähigkeit, die empirischen Ereignisse zu einer Einheit zusammenzufassen. Sie können nie vollständig geleugnet werden, wie Mach es tut. Die wichtigste Methode aber bei der Bestimmung des Gegenstandes der Physik ist die mathematische. Die Anwendbarkeit der Mathematik auf Physik ist nur dadurch möglich, daß dieselbe Funktion des Denkens, die die mathematischen Objekte konstruiert, auch bei der Bestimmung des Gegenstandes der Physik wirkt. Mach kommt hier in große Schwierigkeiten. Die mathematischen Hülfsvorstellungen sind nur „Modelle zur Darstellung der Tatsachen.“ „Wenn man auch die Schwingungen durch Sinusformeln, die Abkühlungsvorgänge durch Exponentielle darstellt, so denkt doch niemand daran, daß die Schwingung an sich mit einer Winkel- oder Kreisfunktion, der Fall an sich mit dem Quadrieren etwas zu schaffen hat.“ Es bestehen nur erfahrungsgemäß zwischen den beobachteten Größen und uns geläufigen Funktionen ähnliche Beziehungen (M. 533). Wenn die mathematischen Funktionen aber nichts mit der Natur der physikalischen Objekte gemeinsam haben, wie ist es dann möglich, daß so komplizierte Rechnungen, wie sie die mathematische Physik anwendet, überhaupt mit der Erfahrung übereinstimmende Resultate liefern? Die Gewißheit der Geometrie aber will Mach nicht aus einer besondern Erkenntnisart, sondern aus der physikalischen Erfahrung ableiten (A. d. E. 282 f.). Er hat eben zwischen

Geometrie und Physik nicht unterscheiden können und sie beide in Bezug auf Begründung und Sicherheit auf eine Stufe gestellt. In beiden ist „von eigentlichen Axiomen nicht die Rede.“ „Ein guter Teil unserer Geometrie ist aber eine wirkliche Physik des Raumes.“ Die Geometrie idealisiert ihre Objekte ganz so wie die Physik und die Folgerungen gelten in derselben Annäherung (W. 454). Die Geometrie ist jedoch von der Physik grundsätzlich zu unterscheiden. Sie ist eine Wissenschaft, die nur die „Form“ der Raumbestimmung behandelt. In der Physik aber wird der Inhalt dieser „Formen“, der durch die Erfahrung aufgegeben ist, bestimmt. Während in der Geometrie die Gegenstände absolut bestimmt, daher alle Sätze vollkommen exakt und notwendig sind, können die Grundsätze der Physik nur in formaler Beziehung notwendige Giltigkeit haben. Jeder materiale Gehalt ist nur relativ als vorläufiger Ausgangspunkt giltig. Das Wesen der Erfahrung besteht darin, daß sie nie abgeschlossen ist, daß ihr Fortgang nach der Seite der Voraussetzungen wie der Folgerungen unendlich ist. Aber apriorische Elemente muß jede Erfahrung enthalten und daher auch jede empirische Naturwissenschaft, weil ohne sie keine Bestimmung möglich ist. In der fortgesetzten eindeutigen Bestimmung des Gegenstandes besteht der fortlaufende Prozeß der Erfahrung.

Die „Erklärung“ hat daher auf die logischen Voraussetzungen der Bestimmbarkeit einer Tatsache zurückzugehen. Dann wird die Tatsache „begriffen“. Diese Voraussetzungen sind in der Physik durch die allgemeinen „Naturgesetze“ ausgedrückt. Nach Mach sind die Naturgesetze durch Abstraktion entstanden „indem wir an den Vorgängen zunächst die Seiten beobachten, welche für uns unmittelbar biologisch wichtig sind.“ „Ihrem Ursprunge nach sind die Naturgesetze Einschränkungen, die wir unter Leitung der Erfahrung unserer Erwartung vorschreiben“ (E. u. J. 449). „Mit dem Fortschritt der Naturwissenschaft ergibt sich eine zunehmende Einschränkung der Erwartung, eine zusehends bestimmtere Gestaltung derselben.“ Diese ist erst qualitativ, später auch quantitativ bestimmt. Abgesehen von den teleologischen Momenten, die in diese Formulierung hineingezogen sind, setzt der Begriff der Erwartung voraus, daß das Eintreten irgend eines Vorganges als von einem anderen Vorgang „abhängig“ angesehen wird. Hierin liegt aber die Forderung, daß der Vorgang durch andere bestimmt sein muß, und dieser Forderung wird durch das Naturgesetz Ge-

nüge geleistet. „Erwartung“ und „Einschränkung der Erwartung“ setzt die Möglichkeit der Rationalisierung der Tatsachen voraus, und die „immer bestimmtere“ Erwartung ist nur möglich, durch die fortgehende Bestimmbarkeit des Gegenstandes. Diese Bestimmung ist aber durch den Begriff der „Erfahrungswissenschaft“ gefordert. Es ist eine „logische Forderung“ und nicht ein „psychologisches Bedürfnis, uns in der Natur zurecht zu finden.“ Nach Machs Formulierung könnten die Naturgesetze nur subjektive Giltigkeit haben. Sie wären nichts als „Methoden“, Tatsachen zusammenzufassen und darzustellen. Nun gibt es in der Naturwissenschaft eine Reihe von Begriffen, die nur die Bedeutung von methodischen Hülfskonstruktionen haben, die infolgedessen subjektive Elemente enthalten. Diese subjektiven Faktoren vieler dieser methodischen Theorien klar dargestellt zu haben, ist Machs großes Verdienst. Aber die Anwendung dieser Sätze setzt stets voraus, daß die „Objekte“ der Erfahrung eindeutig bestimmt werden können. Dies geschieht durch die Naturgesetze. Sie gelten nie absolut, sondern stets nur hypothetisch, in Bezug auf die jeweilige Erfahrung, aber sie gelten objektiv, indem sie durch den Stand der derzeitigen Erfahrung bedingt sind. „Wenn physiologische Motive in die Natur projiziert werden und dieser selbst zugeschrieben werden“, wie Einfachheit, Leichtigkeit, Schönheit und Sparsamkeit, so ist dies ein Verfahren, das Mach selbst verwirft (E. u. J. 454). Aber von seinem Standtpunkt kann er zwischen objektiven Gesetzen und subjektiven Gesichtspunkten nicht unterscheiden. Auch die Abstraktion durch Vereinfachung, Schematisierung der Tatsachen, durch gedankliche Zerlegung in einfache Elemente ist nur möglich und berechtigt, wenn die Tatsachen durch die Denkbestimmung erst erzeugt sind. Jede Denkbestimmung ist aber ihrem Wesen nach eine infinitesimale, da durch das unendlich Kleine das Gesetz der „Erzeugung“ bestimmt wird. Dadurch ist die Möglichkeit der Anwendung der „Differentialgleichungen“ auf die Physik gesichert. Dies kann durch Machs Voraussetzung real existierender Elemente nie geschehen, denn diese Elemente sind nie „beliebig klein“ und können gerade die „Kontinuität,“ die die Naturgesetze ausdrücken, nicht begründen.

Die Voraussetzung der Möglichkeit jeder Erfahrungswissenschaft, die Voraussetzung dafür, daß Relationen eindeutig bestimmt werden können, und ihre Veränderungen gesetzmäßig dargestellt, ist, daß etwas im Wechsel konstant bleibt. Dies ist das Wesen

des Substanzbegriffes. Sowie aber versucht wird, empirisch diesen Substanzbegriff zu bestimmen, gerät man in Schwierigkeiten. Etwas Konstantes im Raume, das bei der Bewegung unverändert bliebe, ist eine unerweisbare Hypothese. Die „Masse" in mechanischer Bedeutung hat sich nicht als konstant erwiesen. Die allgemeinste Bedeutung der Substanz ist die, daß in dem Wechsel der Vorgänge konstante Beziehungen erhalten bleiben müssen, damit überhaupt eine Gesetzmäßigkeit erwiesen werden könne. Dies ist aber die logische Bedeutung des „Gesetzes der Erhaltung der Energie." In dieser allgemeinen Bedeutung lautet es: „Es gibt ein Etwas, das konstant bleibt." [1]) Diese logische Bedeutung des Prinzips hat auch Mach hervorgehoben (W. 325). Aber seine Formulierung derselben ist unbrauchbar. Er hat sich dabei auf den Begriff des „funktionalen Zusammenhanges der Elemente" gestützt. Daher sind hier dieselben Einwände zu erheben, die oben wegen der Bestimmung dieses Zusammenhanges schon gemacht sind. Was nun als Energie in den einzelnen physikalischen Gebieten aufzufassen ist, kann nicht apriori bestimmt werden. Dies muß hypothetisch angesetzt werden, um durch die Erfahrungsergebnisse nachgeprüft zu werden. Welche Zusammenhänge zwischen den „Elementen" bestehen, kann allerdings nur die Erfahrung lehren, aber Mach irrt, wenn er meint, diese Erfahrung könne gemacht werden, ohne daß das Energieprinzip vorausgesetzt sei (W. 325). Damit überhaupt eine Abhängigkeit zwischen den Elementen bestehen kann, muß immer eine Konstanz des Gesetzes, das den Wechsel bestimmt, vorausgesetzt sein. Von welchen Beziehungen die Veränderung eines physikalischen Systems abhängt, von welchen Umständen der „Zustand" eines Systems abhängt, muß vorausbestimmt sein, damit überhaupt Erfahrung gemacht werden kann. Durch Erfahrung kann also das Prinzip weder bestätigt noch widerlegt werden.

Deshalb sind aber die einzelnen Bestimmungen der „Energie" nicht „willkürlich", wie Mach voraussetzt, der in dem Prinzip „eine willkürliche, dem Bedürfnis der Einfachheit und Ökonomie entsprechende, substanzielle Auffassung der Arbeit" sieht. Die Auffassung der „mechanischen Arbeit" als das Maß des Zustandes eines Systems ist nicht subjektiv willkürlich. Dann könnte ihm

1) Vergl. Poincaré: „Wissenschaft und Hypothese." Deutsch von Lindemann. Leipzig 04. S. 134.

keine objektive Giltigkeit zukommen, und seine Anwendbarkeit auf Naturvorgänge wäre unverständlich. Der Begriff der Arbeit kann nicht als das letzte giltige Maß für die Energie aufgefaßt werden, besonders da er den Begriff der „Masse“ voraussetzt, die nicht als ein letztes „Konstantes“ angesehen werden kann. Aber als Hypothesis, um den „Zustand“ der mechanischen Systeme überhaupt messen zu können, muß die Arbeitseinheit als Maßbegriff vorausgesetzt werden. Ebenso wenig ist die Äquivalenz zwischen Wärme und Arbeit nur eine subjektive formale „Auffassung“, die „meinem Bedürfnis entsprechen kann.“ Es ist eine logische Voraussetzung, daß bei mechanischen, thermischen, chemischen wie elektrischen Prozessen Etwas erhalten bleibt, das auch aus einer dieser Formen in eine andere umgewandelt werden kann; nur dann können diese Vorgänge zusammen „ein“ System der Erfahrung bilden. Dies ist eine logische Forderung. Wie ihr genügt wird, ist durch die Erfahrung bedingt, und kann nie vollständig und in endgültiger Weise geschehen, ist aber nicht Sache der Willkür. Daß die „Wärmemenge“ als Äquivalent der mechanischen Arbeit aufgefaßt wird, hat Mach deshalb für Willkür gehalten, weil ein genaues Maß der „Wärmemenge“ nur durch ihren Arbeitswert bestimmt werden kann, wie es Mach in der „Wärmelehre“ auseinander gesetzt hat. Aber daß dieses Äquivalent der „Wärmemenge“ bei den verschiedenen Prozessen, bei denen Wärme in Arbeit umgewandelt wird, sich stets als dasselbe ergibt, zeigt, daß die „Wärmemenge“ nicht ein subjekter Begriff, sondern eine objektive Größe ist, so ungenau auch ihre Messung oft empirisch auszuführen sein mag. Das Prinzip der Erhaltung der Energie ist unabhängig davon, ob alle physikalischen Vorgänge als Bewegungsvorgänge aufgefaßt werden. Es hat auch nicht zur Folge, daß die Wärme als „Bewegung“ vorgestellt werden muß, wie Mach annimmt. Vor allem aber setzt es die „mechanische Naturansicht“ nicht voraus. Wenn Mach die mechanische Naturansicht als unbeweisbare, willkürliche Hypothese bekämpft, hat er damit nicht das Prinzip der Erhaltung der Energie als willkürliches nachgewiesen.

Nachdem die allgemeinen Grundbegriffe der Physik besprochen sind, sollen im folgenden die Grundlagen der einzelnen Gebiete kritisch untersucht werden. Machs Untersuchungen führen, da sie von Einzelheiten ausgehen, auch zu sehr vielen einzelnen sehr wichtigen Resultaten. Da diese Untersuchung sich aber im wesentlichen auf die Kritik seiner Grundvoraussetzungen beschränken

muß, kann weiterhin nicht mehr eine zusammenhängende Darstellung seines Gedankenganges gegeben werden. Das am meisten rationalisierbare Gebiet der Physik ist die Mechanik. Da es sich bei ihr nur um die Untersuchung der Bewegung fester Körper im Raum handelt, sind ihre sämtlichen Gesetze durch Gleichungen der analytischen Geometrie darzustellen, wobei die Raumkoordinaten Funktionen der Zeit sind. Nichtsdestoweniger ist aber der Begriff der Bewegung kein rein mathematischer. Er enthält durch die „Veränderung in der Zeit" ein Element, das über die rein räumliche Bestimmung hinausgeht. Was sich verändert, wird durch den „Massenbegriff" ausgedrückt. Durch den Begriff der Masse wird ein qualitativer Unterschied der Raumstellen eingeführt, der über die mathematische Bestimmung hinausgeht. Die eindeutige Bestimmung der Bewegung eines Körpers ist die Aufgabe der Mechanik. Wenn es möglich sein soll, die Abhängigkeit der Bewegung von den Kräften zu untersuchen, muß es möglich sein, die Bewegung eindeutig zu bestimmen. Dies ist der Sinn von Newtons Begriff der „absoluten Bewegung". Damit ist die apriorische Voraussetzung der Möglichkeit jeder empirischen Bestimmung gemeint. Diese Aufgabe, die „absolute Bewegung" zu bestimmen, ist also freilich in der „Erfahrung" ein unerreichbares Ideal. Jede empirische Bestimmung der Bewegung ist relativ; daher verkennt Machs „Ansicht, daß die absolute Bewegung ein sinnloser, inhaltsleerer, wissenschaftlich nicht anwendbarer Begriff sei" (M. 257) ganz die Voraussetzungen jeder Begriffsbestimmung. Freilich hat Mach recht, „daß die Bewegung eines Körpers immer nur in Bezug auf andere Körper beurteilt werden kann" (M. 244). Aber nie ist diese relative Bestimmung eine endgültige. Mach kann auch keinen Grund angeben, weshalb wir gerade auf das bestimmte Koordinatensystem der Erde oder des Fixsternhimmels alle Bewegung beziehen sollen. Er kann nicht beweisen, daß die Bewegungsbestimmung in Bezug auf verschiedene Vergleichskörper zu denselben Resultaten führt. Es wäre dann ein Unsinn, von einer „einzigen" Bewegung des Körpers zu sprechen. Vollständig grundlos und der Erfahrung widersprechend ist vollends, wie schon Streintz[1]) nachgewiesen hat, die Hypothese, daß bei der Bewegungsbestimmung der Einfluß der nahen Körper gegen die ferneren zu vernachlässigen sei. Die Schwierigkeiten werden für Mach aber unüberwindbar bei der

1) Streintz „Die physikalischen Grundlagen der Mechanik". Leipzig 1883. S. 6ff.

Bestimmung der Rotation. „Dreht sich ein Körper relativ gegen den Fixsternhimmel, so treten Fliehkräfte auf, dreht er sich relativ gegen einen andern Körper, nicht aber gegen den Fixsternhimmel, so fehlen die Fliehkräfte“ (M. 252). Der Fixsternhimmel ist aber kein festes Gebilde. Alle Sterne ändern im Laufe der Zeit ihren Ort. Wonach soll da die Drehung bestimmt werden? Eine eindeutige Bestimmung der Rotation und der dabei auftretenden Fliehkräfte ist dann unmöglich. Mach hat fälschlich die vorläufig genügende Orientierung nach dem Fixsternhimmel zur endgültigen gemacht. Deshalb aber kann er die exakte und vollkommen genaue Giltigkeit der mechanischen Sätze nicht erklären, weil sie nach seiner Definition von den astronomischen Beobachtungen abhängen würden. Sie könnten also nur innerhalb der Fehlergrenzen gelten, die die Astronomie erreicht. Wenn aber Mach gegen diesen Einwand die Objekte der Mechanik für „Idealobjekte“ erklärt, „die den ihnen aufgelegten logischen Forderungen vollkommen genügen“ (M. 33), so kann er nie die Berechtigung dieser Idealisierung erweisen, ihr Resultat braucht nicht mit der Erfahrung übereinzustimmen.

Unmittelbar mit der Frage der Bewegungsbestimmung hängt das Grundgesetz der Mechanik, das Trägheitsgesetz, zusammen. Es wird an die Spitze der Mechanik und nicht nur als annähernd gültiger, sondern als mit vollkommener Exaktheit gültiger Satz gestellt. Den Grund dieser Behauptung findet Mach in der „Erfahrung“, daß die wirklichen Kräfte proportional den erzeugten Beschleunigungen sind. „Daß die bewegungsbestimmenden Umstände (Kräfte) Beschleunigungen bestimmen, ist durchaus nicht selbstverständlich“. Er vergleicht deshalb dieses Gesetz mit den Erfahrungssätzen anderer physikalischer Gebiete z. B. dem Satz: „Durch die Temperaturdifferenzen sind nicht Ausgleichsbeschleunigungen sondern Ausgleichsgeschwindigkeiten bestimmt“ (M. 142). Mach wählt schließlich die Formulierung: „Nur die Erfahrung kann lehren, welche Abhängigkeit der Erscheinungen voneinander besteht, was das Bestimmende ist. Glauben wir aber hierüber ausreichend unterrichtet zu sein, so halten wir es bei zureichenden Daten für unnötig, weitere Erfahrungen abzuwarten. Die Erscheinung ist für uns bestimmt und zwar eindeutig bestimmt“ (M. 293). Die axiomatische Gewißheit ist damit als Täuschung hingestellt, und die Exaktheit der mathematischen Behandlung in der ganzen analytischen Mechanik wäre eine unnütze Spielerei. Dagegen bleibt

aber der Einwand, den Mach sich auch selbst gemacht hat, unwiderlegt, daß in der Erfahrung nie eine grade, gleichförmige Bewegung gegeben ist, daß aus Erfahrung eher andere Gesetze, wie die des Aristoteles oder Benedetti's, folgen würden. Das Trägheitsgesetz hat vielmehr einen tieferen, erkenntnistheoretischen Grund. Daß es aus der Forderung der eindeutigen Bestimmbarkeit der Bewegung sich ergibt, hat auch Mach erkannt. Aber diese Forderung kann durch einen Erfahrungssatz nicht erfüllt werden. Erfahrung ist vielmehr erst möglich, wenn diese Forderung erfüllt ist. Ein Prinzip, das die Möglichkeit der eindeutigen Bestimmung sichert, muß also logische Voraussetzung aller Erfahrungssätze sein, d. h. es ist a priori gültig. Die Voraussetzung für jede Bestimmung der Veränderungen in der räumlichen Anordnung ist, daß etwas bei dieser Veränderung konstant bleibt. Dieses „Etwas" ist aber die „Einheit in der Bewegung selbst". Die gradlinige, gleichförmige Bewegung bleibt erhalten, falls keine neuen bewegungsbestimmenden Umstände hinzutreten. Dieses ist die einzige mögliche Voraussetzung, nach welcher jede Änderung der Geschwindigkeit eindeutig bestimmbar ist. Wenn Aristoteles behauptet, daß ohne Einwirkung äußerer Kräfte jeder Körper seinen Ort behalte und nach dem Aufhören der Einwirkung auch die Bewegung aufhöre, so liegt die Annahme zu Grunde, daß der Ort eine absolute Bestimmung des Zustandes des Körpers sei, die Änderung des Ortes also durch eine Kraft bestimmt sein müsse. Sobald aber die Relativität aller Ortsbestimmung erkannt ist, muß die bis ins Unendliche fortgehende Bewegung, bei der durch das „sich gleichbleibende Gesetz" jeder Punkt durch die gleiche Relation aus dem vorhergehenden geschaffen wird, als das Gleichbleibende im Bewegungszustande eines Körpers angesehen werden. Das sich gleichbleibende Gesetz der Stellensetzung ist die Voraussetzung dafür, daß eine Änderung dieses Gesetzes eindeutig bestimmbar ist. Daraus folgt dann unmittelbar der Satz, daß das bewegungsbestimmende Beschleunigungen sind. Dieses ist eine notwendige Voraussetzung, damit überhaupt die Abhängigkeit der Bewegungen von Kräften untersucht werden kann. Der Satz kann also nicht selbst erst erfahrungsmäßig erkannt sein. Mit dieser Einsicht fallen aber sofort alle Schwierigkeiten fort, die Mach die Beziehung des Trägheitsgesetzes auf ein bestimmtes Koordinatensystem macht. Von Machs Standpunkt muß es allerdings eine „Unehrlichkeit sein, das Trägheitsgesetz auf ein anderes System als die Himmelskörper

zu beziehen". „Wenn wir sagen, daß ein Körper seine Richtung und Geschwindigkeit im Raum beibehält, so liegt darin nur eine kurze Anweisung auf Beobachtung der ganzen Welt" (M. 247). Daß diese Anweisung unausführbar ist, ist selbstverständlich, aber auch für keine Einzelbestimmung kann diese Formulierung einen Anhaltspunkt geben. Die mathematische Formulierung des Trägheitsgesetzes führte dann zu ganz willkürlichen Annahmen (M. 248f.) und eine „mathematisch ausgemachte Wahrheit" könnte das Gesetz nie sein (M. 252).

„Die Kraft ist ein bewegungsbestimmender Umstand". Der Begriff der Kraft ist logisch gefordert, wenn überhaupt die Bewegung von einem eindeutig bestimmbaren Umstand abhängen soll. Aus dieser logischen Bedeutung des „Kraftbegriffs" folgt zunächst nach der Funktion des Denkens bei Aufbau des Raum- und Bewegungsbegriffes, daß zwei Kräfte zusammenwirkend wieder ein bewegungsbeschleunigender Umstand sind. Die einzig eindeutige Beziehung ist aber bei dem Zusammenwirken, daß sich die Kräfte gegenseitig nicht beeinflussen. Eine analytische Untersuchung und Darstellung des Einflusses jeder Kraft ist nur möglich, wenn die Kräfte unabhängig von einander untersucht werden können. Das Prinzip der Unabhängigkeit der Kräfte von einander kann nicht aus Erfahrung gewonnen sein, wie Mach behauptet. Das Prinzip der Zusammensetzung der Kräfte nach dem Parallelogrammsatz kann aber auch kein empirisches Gesetz sein. Es folgt vielmehr aus dem Gesetz über die Zusammensetzung von Bewegungen. Dieser Satz der Superposition der Bewegungen folgt aber notwendig aus der „Relativität" aller Bewegung.[1]) Jedes empirische Maß der Kraft ist aber stets nur eine Annäherung an das Ideal der vollständigen Bestimmung dessen, was die Beschleunigungen verursacht. Es kann nur als vorläufiges Kraftmaß gelten, solange die Erfahrung keine anderen Beziehungen aufdeckt. Wenn also Mach als die „Größe der Kraft das Gewicht", welches in einer Richtung wirkt, bezeichnet, hat er eine vorläufige Bestimmung der Kraft zu einer endgültigen gemacht. Außerdem hat er aber übersehen, daß bei jeder Messung einer Kraft das Prinzip der Gleichheit von Druck und Gegendruck vorausgesetzt ist. Wird die Kraft durch ein Gewicht oder ein Dynamometer gemessen, so hat dies

1) Die logische Forderung, alle Kräfte und Bewegungen in Teilerscheinungen zu zerlegen, und sie dadurch der wissenschaftlichen Behandlung zugänglich zu machen, hat auch Mach betont (M. 156 f.).

nur Sinn, wenn die zu messende Kraft dem Druck, den das Instrument ausübt, gleichgesetzt wird. Dieses Prinzip kann also nie als „unanalysierte“ oder „instinktive Erfahrung“ bezeichnet werden, da es vielmehr Voraussetzung jeder Erfahrung ist.

Eine wichtige Forderung eines strengen Aufbaus der Mechanik ist auch die strenge Formulierung des „Massenbegriffes“, für die Mach wichtige Bestimmungen getroffen hat. Er hat den Begriff der Masse von allen sinnlichen Eigenschaften streng geschieden. „Soll man mit einem Massenbegriff dynamisch etwas anfangen können, so muß dieser Begriff ein dynamischer sein“ (M. 290). Trotzdem Mach dies betont, stellt er doch eine Definition der „Masse“ auf, die unabhängig vom Kraftbegriff sein soll. „Körper von gleicher Masse nennen wir solche, welche auf einander wirkend sich gleiche entgegengesetzte Beschleunigungen erteilen.“ „Nehmen wir den Vergleichskörper A als Einheit an, so schreiben wir jenem Körper die Masse m zu, welcher A das m-fache der Beschleunigung erteilt, die er in Gegenwirkung von A erhält“ (M. 231 f). Warum dies letzte der Fall sein muß, ist nach Machs Definition nicht einzusehen. Im übrigen aber ist die Erfahrung, daß sich zwei gegenüberstehende Körper entgegengesetzte Beschleunigungen erteilen, die in festen Verhältnissen stehen, von physikalischen Voraussetzungen abhängig, die nicht auf rein mechanischem Wege bestimmt werden können. Die Gravitationsbeschleunigung, die elastische Gegenwirkung, die elektrischen und magnetischen Kräfte, die Verbindung durch starre Fäden (M 232) setzen stets komplizierte physikalische Erfahrungen voraus. Die Mechanik kann auf diese Weise nicht unabhängig von der Physik begründet werden, was doch Mach ganz besonders anstrebt. Die „logische Grundlage“ dieser Definition der Masse hat Mach nicht erkannt. Sie beruht gerade auf dem Kraftbegriff, den Mach dadurch ausschalten will. Aus der Definition des Kraftbegriffs folgt a priori das Prinzip der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung. Daraus erwächst aber die Forderung, quantitativ bestimmen zu können, welche Beschleunigung einem Körper durch eine Kraft erteilt wird, um überhaupt ein empirisches Maß für die Kraft zu haben. Zu diesem Zwecke wird der Massenbegriff eingeführt als das Verhältnis der Kraft zur Beschleunigung. Daß die Masse sich bei allen Vorgängen, mechanischen wie physikalischen, als konstanter Faktor erweist, ist eine hypothetische Annahme, die gemacht werden muß, um überhaupt einen Ausgangspunkt für empirische Messungen zu

haben. Sie ist nicht das letzthin gültige Maß des Beständigen, und könnte sich im Lauf der fortschreitenden Erfahrung als veränderlich und als durch ein anderes Konstantes (Energie) bestimmt ergeben. Erst auf Grund komplizierter hypothetischer Annahmen über Elastizität und starre Verbindungen ergeben sich Machs Resultate. Daß sich zwei Massen, die in Bezug auf eine dritte gleich sind, auch in Bezug auf einander als gleiche verhalten, was Mach als Erfahrungssatz hinstellt (M. 233), folgt unmittelbar aus den hier aufgestellten Bestimmungen.

Daß Mach den Begriff der Bewegung und seine mathematischen Voraussetzungen nicht in seinen erkenntnistheoretischen Grundlagen erfaßt hat, zeigt sich auch bei seiner Ableitung der übrigen Prinzipien der Mechanik. Deshalb hat er besonders die Bedeutung, die die Einführung des Unendlichkleinen in die Mechanik hat, nicht erkannt. Bei dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen (M. 59 f.) sucht er das Unendlichkleine durch einen Grenzprozeß zu fassen, aber für eine „empirische“ Wissenschaft ist diese Einführung des Unendlichkleinen unberechtigt und sinnlos. Nur wenn man auf die Funktion des Denkens bei der mathematischen Bestimmung zurückgeht, sieht man, daß durch die Infinitesimalmethoden gerade die „Gesetzmäßigkeit der Größenbestimmung“ ausgedrückt ist. Auch die Mechanik wird durch Einführung der Infinitesimalmethoden erst der genauesten und weitgehendsten mathematischen Formulierung fähig. Dadurch wird für jeden Punkt des Raumes eine vollständige Bestimmung seines Zustandes durch die Zustände seiner Umgebung, und besonders die Stetigkeit dieser Bestimmung gesichert. Dies ist auch der wichtigste Einwand gegen die Atomtheorie, daß sie eine Infinitesimalrechnung, und damit die genaue und stetige Formulierung der chemischen Vorgänge unmöglich macht. Dies mag auch der innere Kern von Machs Einwänden gegen die Atomtheorie sein.

Die Methoden der Mechanik werden am ausgiebigsten benutzt, in der „mechanischen Wärmelehre“. Gerade bei dieser Wissenschaft hat die Behandlung durch mathematische und speziell mechanischen Methoden große Erfolge gezeitigt. Aber ihre Geschichte lehrt auch, wie Mach sehr anschaulich nachgewiesen hat, wie oft Irrtümer durch falsche Formulierung der Grundbegriffe unterlaufen sind. Es müssen daher speziell ihre Grundbegriffe einer genauen Untersuchung unterzogen werden. Die Wärmelehre hat als erste Aufgabe eine Bestimmung der „Temperatur.“ Von

der Höhe der Temperatur hängen alle Wärmevorgänge ab. Wenn diese zahlenmäßig bestimmt werden sollen, muß ein empirisches Maß der Temperatur gesucht werden. Machs Grundfehler ist hier, daß er die „Temperatur" durch die Empfindung definiert: „Die rohe Beobachtung lehrt, daß zwei Körper, welche ungleiche Wärmeempfindungen erregen, nach längerer gegenseitiger Berührung unser Wärmeempfindungsorgan in gleicher Weise reizen." „Auf diese Erfahrung" gründet sich die Thermometrie (W. 39). „Die Wärmeempfindungen . . . bilden eine einfache Reihe, eine einfache, stetige Mannigfaltigkeit." Jedoch die Empfindungen können nie ein Maß eines Zustandes sein, sie können auch nie zahlenmäßig quantitativ verglichen werden. Die Thermometrie soll nicht die Wärmeempfindung messen, sondern das Maß der Temperatur so bestimmen, daß an jedem Punkte des Raumes der Wärmezustand eindeutig definiert ist und mit den Empfindungsdaten nicht in Widerspruch steht. Die notwendige Voraussetzung jeder Messung ist aber, daß die Temperatur eines Körpers durch einen andern meßbar ist. Dies kann nicht die Erfahrung lehren, sie kann nur über die Umstände, unter denen zwei Körper die gleiche Temperatur annehmen, Aufschluß geben. Die Annahme einer einfachen stetigen Mannigfaltigkeit der Wärmezustände ist nicht durch die Erfahrung nahegelegt, sie ist Voraussetzung jeder Temperaturmessung. Gerade eine eindimensionale Mannigfaltigkeit ist „ausreichend", weil es in dem Gebiet der Temperaturgrade kein Analogon der „Richtung" gibt. Das empirische Maß der Temperatur ist aber eine Frage der Methode. Es ist hypothetisch eingeführt und muß durch seine Übereinstimmung mit der Erfahrung geprüft und als vorläufiger Ausgangspunkt der Untersuchung angenommen werden. Die Wahl des Volumens der Körper zum Temperaturmaß setzte voraus, daß das Volumen eine Funktion der inneren Spannungszustände, diese aber eine Funktion der Temperatur seien. Die Annahme, daß die Volumenvergrößerung der Temperatur direkt proportional sei, hat sich nicht bewährt. Eine methodisch brauchbarere Bestimmung des Temperaturmaßes wird gewonnen durch die Vergleichung des Energiewertes der Wärme.

Das Energieprinzip fordert, daß bei allen thermischen Prozessen, etwas erhalten bleibt, was bei Verbindung von mechanischen und thermischen Vorgängen in mechanische Arbeit umgewandelt werden kann. Dieser Forderung wird Genüge geleistet durch den Begriff der „Wärmemenge." Durch diese Beziehung ist aber ein

eindeutig bestimmbares Maß für die „Wärmemenge“ gegeben, das von der Natur des benutzten Körpers unabhängig ist. Die Wärmemenge wird durch den Carnotschen Prozeß definiert und dadurch ist eine exakte Grundlage der Thermodynamik gegeben. Doch erst durch die Methode der Infinitesimalrechnung wird hier die vollständigste Bestimmung erreicht, indem die „Wärmemenge“ durch ihren Energiewert bei der inneren Arbeit der Gase definiert wird. Alle Versuche, die Wärmemenge durch gleiche Erwärmung fester Körper oder Mischungsverfahren zu definieren, müssen von der chemischen Beschaffenheit der benutzten Körper abhängen. Sie können daher kein eindeutig bestimmtes Resultat ergeben. Dies ist der innere Grund, weshalb diese Versuche scheiterten; diesen hat Mach nicht erkennen können; er sucht einfach durch Widersprüche in der Erfahrung die Nutzlosigkeit dieser Versuche darzutun.

VII. Methode der naturwissenschaftlichen Forschung.

Was die wissenschaftliche Erkenntnis über die des „naiven Mannes“ erhebt, was ihre großen Fortschritte gegenüber der gewöhnlichen Weltbetrachtung veranlaßt, ist die Anwendung einer einheitlichen Methode. Aber gerade diesen Unterschied zwischen den beiden Erkenntnisstufen will Mach ausdrücklich aufheben. „So erweist sich die geistige Tätigkeit des Forschers und Erfinders wieder als nicht wesentlich verschieden von jener des gemeinen Mannes. Was letzterer instinktiv treibt, gestaltet der Naturforscher zur Methode“ (E. u. J. 261). Es besteht aber ein prinzipieller Unterschied zwischen beiden Denkweisen. Der gemeine Mann untersucht alle Objekte hauptsächlich hinsichtlich ihres praktischen Nutzens, ihres biologischen Wertes. Seine „Gegenstände“ sind daher meist durch Wertprädikate bestimmt, und seine Hilfsbegriffe nach praktischen Gesichtspunkten gewählt. Anders verfährt die Wissenschaft. Ihre Aufgabe ist die „eindeutige Bestimmung“ des Gegenstandes. Dies kann aber nur durch methodische Ordnung in einem System geschehen. Sie geht auch von Grundbegriffen aus, die durch die praktischen Lebensforderungen bedingt sind. Die mechanische Weltanschauung, die Atomtheorie und viele andere sind Beispiele dafür. Aber ihre „Einheit“ ist eine theoretische, sie besteht in der Einheit des Begründungszusammenhanges, die

nur durch Anwendung einer einheitlichen, begründeten Methode erreicht wird. Methode besteht für Mach in einer nach subjektiven Gesichtspunkten vorgenommenen Klassifikation der Einzelergebnisse und einer zusammenfassenden Darstellung durch abgekürzte Bezeichnungen. „Man muß sagen, daß es gar kein wissenschaftliches Resultat gibt, welches prinzipiell nicht auch ohne alle Methode gefunden werden könnte“ (M. 530). Die Methode dient nur dazu, die „Tatsachen mit dem geringsten Gedankenaufwand darzustellen.“ Die „Methode“ wäre dadurch vollständig in das Gebiet der Subjektiven gerückt, sie könnte durch nichts mit dem Objekt der Wissenschaft in Beziehung gesetzt oder verglichen werden. Dann müßte aber jede Methode auf jede Wissenschaft anwendbar sein. Es bestehen jedoch prinzipielle Unterschiede zwischen den Methoden der Mathematik, der Physik, der Chemie oder der andern Naturwissenschaften, die nur durch die Beschaffenheit des Objektes bedingt sein können. Jedes „methodische Hilfsmittel“ steht unter apriorischen Bedingungen, die es möglich machen, daß die Methode objektive Giltigkeit haben kann. (Bei der „Sprache“ z. B. versucht diese Bedingungen die Grammatik zu formulieren.)[1]) Es wäre eine wichtige Aufgabe der Erkenntnistheorie, die apriorischen und die subjektiv willkürlichen Faktoren jedes methodischen Begriffes zu trennen. Hier können jedoch nur die Methoden der Forschung, die Mach angibt, untersucht werden.

Der Fortschritt der empirischen Wissenschaft besteht darin, daß eine Frage auftritt, die in der Forderung der Bestimmung eines Gegenstandes besteht. Um die Antwort darauf zu finden, wird ein Experiment angestellt, das die Beziehung zwischen dem zu bestimmenden Umstand und einem vorher bestimmten ermitteln soll. Zunächst erscheint es keine glückliche Erweiterung des Begriffs „Experiment“, wenn ihn Mach auf die sogen. „Gedankenexperimente“ ausdehnt. Diese bestehen darin, daß man sich Umstände vorstellt und „an diese Vorstellung die Erwartung, Vermutung gewisser Folgen“ knüpft; man macht eine „Gedankenerfahrung“ (E. u. J. 186). Es handelt sich um vollständiges Verkennen des Wesens der Erfahrung, wenn man das „Stellen der Frage“, das jedem physischen Experiment vorausgehen muß, als Erfahrung bezeichnet. Es wird hierbei eine Hypothesis über die

1) Mach hat die objektiven Voraussetzungen der Bildung eines „Zeichensystems“ nicht untersucht. Das Problem, das in dem Begriff der „Bedeutung eines Wortes“ liegt, ist durch „Assoziation“ nicht zu lösen (W. 406 ff.)

Möglichkeit der Bestimmbarkeit eines Umstandes durch einen andern gemacht, welche apriorische Voraussetzung jedes Experimentes ist, also sich nicht erst aus dem Experiment, aus Erfahrung ergibt. Mach sagt darüber: Das Gedankenexperiment bilde die Erfahrung nur schematisch nach; es wird durch die Fiktion neuer Kombinationen von Umständen darüber belehren können, „wie genau die Erfahrung durch die Gedanken dargestellt werden und wie weit diese Gedanken untereinander übereinstimmen". „Es wird uns hierbei deutlich, welche Gedanken die einfachsten sind, die zugleich mit sich selbst und mit der Erfahrung in umfassendster Weise in Übereinstimmung gebracht werden können" (E. u. J. 188). Dann aber wäre diese Überlegung lediglich eine Frage der „Klassifikation" und überhaupt kein „Experiment" und setzte überdies das physikalische Experiment voraus, das dadurch blos formuliert würde. Sämtliche Methoden und Beispiele, die Mach für Gedankenexperimente anführt, zeigen auch, daß es sich dabei nur um Interpretationen oder Folgerungen aus vorangegangenen physikalischen Experimenten handelt, oder um Fragestellungen zu neuen Experimenten. „Umstände, die für einen Erfolg als einflußlos erkannt sind, kann man in Gedanken beliebig variieren, ohne diesen Erfolg zu ändern". Die „kontinuierliche Variation der maßgebenden Umstände" „ist die Grundmethode des Gedankenexperimentes" (E. u. J. 189 ff.). Hier handelt es sich aber nur um die logischen Folgerungen aus dem Begriff der Abhängigkeit. Daß aber der Prozeß der „Idealisierung oder Abstraktion" ein Ergebnis der Erfahrung sein soll, ist schon oben besprochen worden. Sogar die Methode der Mathematik will Mach als Gedankenexperiment bezeichnen. Aber ganz abgesehen davon, daß die Mathematik keine Erfahrungswissenschaft ist, sind auch ihre „Konstruktionen" von den physikalischen Experimenten prinzipiell verschieden. Die mathematische Konstruktion ist Erfüllung einer Forderung; das Gesetz der Konstruktion das logisch Frühere. In der Physik soll aber das Gesetz der Abhängigkeit der variablen Umstände erst durch das Experiment gefunden werden. Der Begriff des „Gedankenexperiments" enthält also gerade die wesentlichen Merkmale des physikalischen Experiments nicht. Da er überhaupt unklar ist und kein charakteristisches Verfahren bezeichnet, kann er nicht als eine glückliche Erweiterung der „Methodenlehre" angesehen werden.

Voraussetzung für jedes Experiment ist aber, daß ein kausaler Zusammenhang zwischen dem willkürlich herbeigeführten Umstand

und dem zu untersuchenden Ergebnis besteht. Diese Voraussetzung des ursprünglichen Zusammenhanges ist notwendig, damit überhaupt ein Experiment ausgeführt werden kann. Sonst ist nie anzugeben, welche Umstände kombiniert werden müssen, um ein Ergebnis zu erzielen. Da Mach den Begriff der Kausalität aus seiner Erkenntnistheorie ausschaltet, kann er nicht angeben, in welcher Richtung Experimente ausgeführt werden sollen. Die Methoden des Experimentierens kann er daher nicht aus dem Begriff der „Erfahrungswissenschaft" ableiten, was gerade die Aufgabe der Methodenlehre wäre. Sie können nach Machs Voraussetzungen nur subjektiv willkürliche Verfahren sein, die sich durch den „Erfolg" erst rechtfertigen müssen. Die „Grundmethode des Experiments ist die Methode der Variation". Ihre Voraussetzung ist, daß in unsern Erlebnissen einzelne leicht unterscheidbare Elemente existieren, die auch willkürlich hervorgerufen werden können. Mit der Ungiltigkeit dieser Voraussetzung fällt auch die Möglichkeit, diese Methode anzuwenden. Der Einwand, den Mach selbst erhebt, daß die Anzahl der Kombinationen der Variationen bei größerer Anzahl der Elemente eine praktisch nicht mehr zu bewältigende ist, kann nicht widerlegt werden. Wird aber eine engere Wahl durch frühere „rohe" Erfahrung behauptet, so ist damit das Problem nur verschoben. Wie kommt diese zustande? Die ganze Methodik der Wissenschaft wird dadurch dem „Zufall" überantwortet. Auch die Bemerkung, daß die „auffallendsten Zusammenhänge" zuerst zu beobachten seien, schließt einen Zirkel ein, da die Abhängigkeit erst durch das Experiment erwiesen werden soll. Wenn ein Experiment überhaupt möglich sein soll, müssen zunächst die Grundbegriffe des betreffenden Wissenschaftsgebietes bekannt sein. Es muß vorher bestimmt sein, was sich ändern kann und wovon es überhaupt abhängig sein kann. Es muß etwas, das bei den Veränderungen konstant bleibt, vorausgesetzt werden, was die Möglichkeit eines Maßes der Veränderungen gibt. Der Begriff „Veränderung" setzt aber die Kategorie der Relation und Kausalität voraus, also auch zwei Relationspunkte. Diese müssen empirisch bestimmt werden als gewisse Einheiten, deren Wahl wieder von der Einheit des Wissenschaftssystems abhängt. Die Abhängigkeiten müssen in „wesentliche", durch die Grundprinzipien der Wissenschaft bedingte, und „außerwesentliche", nur vermittelte geschieden werden. Eine wichtige Voraussetzung ist ferner, daß ein geschlossenes System von Vorgängen hergestellt wird, das von äußeren Einflüssen

unabhängig ist, oder, wenn dies nicht möglich ist, daß die äußeren Einflüsse ihrer Größe nach bestimmbar sind. Diese Bedingungen müssen erst erfüllt sein, damit die „technischen Hilfsmittel", die Mach als Methoden des Experimentes angibt, anwendbar sind. Die letzteren durch die Eigenart des beobachtenden Subjekts bedingten Hilfsmittel sind erst durch die im Wesen der „wissenschaftlich bestimmten Erfahrung" liegenden, objektiven Voraussetzungen anwendbar.

Die Methoden, durch die die einzelnen Forschungen jeder Wissenschaft zur Einheit zusammengefaßt werden, sind die synthetische und die analytische Methode. Die synthetische hält Mach für eine vollkommen unfruchtbare, und zwar hat er hier vor allem die Geometrie im Auge und tadelt, daß hier durch die synthetische Behandlung die Wege, auf denen die Sätze entdeckt wurden, nur verdunkelt werden (E. u. J. 263). Dieses ist Mach zuzugeben; aber der logische Weg der Begründung eines Satzes ist verschieden von dem historisch bei der Entdeckung eingeschlagenen. Zur Begründung der Sätze einer Wissenschaft, wodurch allein die „Einheit der Theorie" hergestellt wird, muß die synthetische Methode die wichtigsten Dienste leisten. Freilich darf sie dann nicht der „Aristotelischen Deduktion" folgen. Diese hat gerade in der Euklidischen Behandlung der Geometrie nur die innern Zusammenhänge der Sätze verdeckt. Aber die synthetische Methode besteht nicht nur in einer deduktiven Schlußweise, wodurch technisch wichtige Hilfskonstruktionen verbunden werden. Sie hebt vielmehr die Einheit der Begründung für jeden einzelnen Satz hervor, wodurch diese zum System zusammengeschlossen werden. Gerade diese höchste Aufgabe der Wissenschaft wird durch die synthetische Methode gelöst.

Die analytische Methode dagegen geht von einzelnen Sätzen aus und sucht, deren Bedingungen zu ermitteln. Sie führt entweder auf „alte Grundsätze", aus denen die Sätze abzuleiten sind oder auf ganz neue Grundsätze. Wenn wir aber Mach fragen, welches Recht wir haben, neue Grundsätze aufzustellen, die doch manches Willkürliche enthalten, kann er keine Antwort geben, weil er die rationalen Voraussetzungen der Methode nicht untersucht hat. Die wichtigste Anwendung der analytischen Methode ist die Induktion in der Naturwissenschaft. Daß die Induktion oft zu falschen Verallgemeinerungen führt, hat gerade Mach in vielen Fällen nachgewiesen. Nichtsdestoweniger hat er nicht nachzu-

weisen versucht, was überhaupt zu einer unvollständigen Induktion berechtigt, und was ihre Richtigkeit verbürgt. Die „Arbeit ganzer Generationen und Völker“ kann ebenso dem Irrtum verfallen, wie die Einzelner. Daß die Naturwissenschaft über die bloße Klassifikation hinausgeht, auch „die einzelnen Merkmale und deren Zusammenhänge“ aufzufinden hat, sieht Mach ein, ohne aber anzugeben, wie dies geschehen soll (E. u. J. 312). Wenn die Vergleichung als das „mächtigste innere Lebenselement der Wissenschaft“ (W. 397) zum Leitmotiv der Induktion gewählt wird, so ist dabei doch immer vorausgesetzt, daß man ein „Prinzip“, „wonach“ verglichen werden soll und „was“ verglichen werden soll, braucht. Dieses vermag Mach nicht anzugeben. Zu jeder Vergleichung ist vorausgesetzt, daß die Ähnlichkeiten der verschiedenen Gegenstände einen „rationalen“ Grund haben. Dieser ist ein allgemeiner Satz, der aus der Systematik der einzelnen Wissenschaft folgen muß. Er gilt dann als Hypothese, die in dem betreffenden Wissenschaftsgebiet die Einheit vervollständigt. Der Satz kann zwar empirisch falsch bestimmt sein, ist aber durch die Forderung der „Einheit“ gefordert. Zur Möglichkeit eines Induktionsschlusses gehört also als logische Voraussetzung die Annahme eines rationalen Grundes der Ähnlichkeit der Objekte. Nicht die einzelnen Objekte sind das logische prius, sondern das „Gemeinsame.“

Die Induktion führt zu Hypothesen. Der wichtigste Teil einer Methodenlehre muß die genaue und sichere Begründung der Theorie der Hypothesenbildung sein. Denn die richtige Hypothesenbildung ist für den Fortschritt der Einzelforschung wie die Prinzipienfragen eine der wichtigsten Aufgaben. Deshalb muß es als schwerer Mangel von Machs Methodenlehre gelten, wenn er das Wesen der Hypothese nicht aus der Forderung der Systembildung der Wissenschaft, sondern aus dem „natürlichen, instinktiven Denken“ (E. u. J. 232 f.) ableitet. Die wissenschaftliche Hypothese wird dadurch mit der naiven subjektiven Vermutung auf eine Stufe gestellt. „Eine vorläufige, versuchweise Annahme zum Zweck des leichteren Verständnisses von Tatsachen, welche aber dem tatsächlichen Nachweis sich noch entzieht, nennen wir eine Hypothese.“ (E. u. J. 235). Mach unterscheidet streng zwischen den analytischen Ergebnissen der Beobachtung und den hypothetischen Vermutungen. „Außer den Elementen, welche zur Darstellung der Tatsachen, aus der eine Hypothese geschöpft ist, unerläßlich sind, enthält dieselbe immer, oder doch gewöhnlich, noch andere,

die zu dieser Darstellung nicht notwendig sind." „Diese über die Notwendigkeit hinausgehenden akzessorischen Elemente sind es, welche in der Wechselwirkung von Denken und Erfahrung von der Umwandlung ergriffen werden. Dieselben werden allmählich ausgeschieden und durch notwendige Elemente ersetzt" (E. u. J. 245). „Die Hypothese führt also in ihrer selbstzerstörenden Funktion endlich zum begrifflichen Ausdruck der Tatsache." (E. u. J. 248). Daß Mach bei den Hypothesen zwischen den „bildlichen Hilfsvorstellungen" und den „notwendigen" Vorstellungen unterscheidet, ist von großer Wichtigkeit. Nur sind diese „notwendigen" Teile der Hypothesen nie in den Einzelerfahrungen schon enthalten und durch Analyse herauszuziehen. Jeder allgemeine Satz geht über die Beobachtung hinaus. Jeder gilt hypothetisch und bleibt trotz aller Nachprüfung durch die Erfahrung seinem Wesen nach hypothetisch. Denn um seine Geltung zu beweisen, sind wieder neue Hypothesen notwendig, die wieder ihrerseits an den Einzeltatsachen geprüft werden müssen. Dieser Prozeß aber ist ein unendlicher, nie vollendbarer. Der Idealzustand einer rein begrifflichen Darstellung der Tatsachen, den Mach sich erträumt, ist also eine Fiktion, die das Wesen der Erfahrung vollständig verkennt. Die richtige Hypothesenbildung ist also, wie auch Mach zugiebt, eine Bedingung des Fortschrittes der Wissenschaft. Eine Methode zur Hypothesenbildung hat er aber nur ganz unbestimmt angedeutet. Von einer Tatsache, die unter beschränkten Umständen beobachtet ist, wird in der Hypothese behauptet, daß ihr dieselben Eigenschaften auch unter allgemeinen Umständen zukommen. Was unter gewißen Umständen gilt, nimmt man an, wird unter „ähnlichen" auch gelten (E. u. J. 243). Daß dies Verfahren wissenschaftlich keine Berechtigung hat, muß Mach selbst zugeben. Denn damit ist es dem Zufall überlassen, ob wir die richtigen „Ähnlichkeiten" ausgewählt haben. Die Hypothese soll aber die Naturwissenschaft nicht unsicherer machen, sondern gerade ihre Begründung sicherer und vollständiger gestalten. Jeder Hypothese muß eine „Forderung" vorhergehen, einen Vorgang zu „erklären", d. h. ihn eindeutig zu bestimmen. Sein Zusammenhang mit andern Vorgängen kann aber nicht einfach auf Grund der Ähnlichkeit angenommen werden, sondern diese Ähnlichkeit muß eine innerlich begründete sein, sie muß durch den systematischen Zusammenhang der Wissenschaft begründet sein. Vor allem muß genau entschieden werden, welche

Elemente notwendig sind, eine Erscheinung zu begründen. Sonst werden überflüssige Bilder in die Hypothesen aufgenommen, was Mach schon bekämpft hat. Die Forderungen, daß die Hypothesen möglichst einfach, möglichst vieles erklärend sein sollen, daß sie auf alle Tatsachen eines Gebietes anwendbar und nicht durch viele Hülfshypothesen gestützt werden sollen, folgen nicht aus der „Ökonomie der Wissenschaft." Dann wären sie unberechtigt. Sie sind Grundforderungen der wissenschaftlichen Systembildung überhaupt. Die Frage nach Ökonomie darf erst bei der Auswahl zwischen zwei Hypothesen entscheiden, die diesen Forderungen der Systematik in gleichem Maße genügen. Das logische Prius jeder Hypothesenbildung ist der rationale Begründungszusammenhang, durch den die Einzeltatsachen überhaupt erst zu einem Gebiet zusammengeschlossen werden können.

Die Unbestimmtheit von Machs Methodenlehre hat aber den schwerwiegendsten Einfluß auf seine eigenen Untersuchungen in der Erkenntnistheorie ausgeübt. Denn in diesen hat er die analytische Methode der Naturwissenschaft ohne Kritik angewandt. „So richtete ich meine Aufmerksamkeit auf Einzelerscheinungen; Anpassung der Gedanken an die Tatsachen, . . . Denkökonomie, Vergleichung, Gedankenexperiment, Beständigkeit und Kontinuität des Denkens usw." „Hierbei mußte die Wissenschaft als biologische, organische Erscheinung betrachtet werden, wobei denn auch das logische Denken als idealer Grenzfall angesehen wurde." (M. 537). Die Berechtigung dieser Methoden hat Mach nicht untersucht. Diese setzt er voraus. Er hat die Begriffe der Einzelwissenschaften kritiklos in seine Erkenntnistheorie aufgenommen. Er hat wohl eine Menge wichtiger Einzeluntersuchungen angestellt. In erkenntnispsychologischer Hinsicht zeigen seine Resultate oft ein bei der Unklarheit der Prinzipien erstaunlich sicheres intuitives Erfassen des Richtigen. So große Achtung man vor den physiologischen und physikalischen Arbeiten dieses Mannes haben muß, seine Erkenntnistheorie muß als verfehlt betrachtet werden. Durch die analytische Untersuchung des Einzelnen kann niemals die „Synthesis", niemals die „Einheit der Wissenschaft" ihrem Wesen nach erfaßt, und ihre Berechtigung erwiesen werden. Der einzig mögliche Ausgangspunkt für die Erkenntnistheorie ist die „Synthese". Die „Einheit der Wissenschaft", die durch die „Einheit der Synthesis in der Denkfunktion" begründet wird, muß als logische Voraussetzung jeder Wissenschaft an die Spitze gestellt

werden. Die Fragestellung der Erkenntnistheorie muss lauten: „Wie ist diese Einheit möglich?“ Nur durch diese Untersuchung kann die Objektivität und Allgemeingiltigkeit der Grundsätze und die Berechtigung der „Methoden“ nachgewiesen werden, indem sie als Voraussetzungen einer Wissenschaft aufgedeckt werden. Fragen wir also zum Schluß, ob Mach die Aufgabe, die er sich gestellt hat, nämlich einen einheitlichen Gesichtspunkt für die Betrachtung der verschiedenen Naturwissenschaften zu gewinnen, gelöst hat, so muß dies verneint werden. Er hat freilich „Analogieen“ in der Systembildung der verschiedenen Gebiete angegeben.[1]) Aber den erkenntnistheoretischen Grund dieser Analogieen kann er nicht angeben. Daher kann er auch kein Prinzip aufstellen, wonach die Berechtigung dieser Analogieen geprüft werden kann. Dies aber ist die Aufgabe der Erkenntnistheorie.

1) Vergl. P. V. 280. W. 402. M. 542.

Litteraturangabe.

Von den Schriften Machs kommen in Betracht:[1])

1. „Erkenntnis und Irrtum.“ Skizzen zur Psychologie der Forschung. 1. Auflage. Leipzig 1905. 2. Aufl. 1906. (Abgekürzt als: **E. u. J.**)
2. „Beiträge zur Analyse der Empfindungen.“ Jena 1886. „Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen“. (2. Aufl. der „Beiträge“.) Jena 1900. 5. Aufl. 1906. (Abgekürzt: **A. d. E.**)
3. „Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt.“ 1. Aufl. Leipzig 1883; 6. Aufl. 1908. (Abgekürzt: **M.**)
4. „Die Prinzipien der Wärmelehre historisch-kritisch entwickelt.“ 1. Auflage, Leipzig 1896. 2. Aufl. 1900. (Abgekürzt: **W.**)[1])
5. „Populärwissenschaftliche Vorlesungen.“ 1. Aufl. Leipzig. 1906. 4. Aufl. 1910. (Abgekürzt: **P. V.**)
6. „Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit.“ Prag. 1872.
7. „Grundlinien von der Lehre der Bewegungsempfindungen.“ Leipzig. 1875.

Von den Schriften über Mach sind zu erwähnen:

1. Hönigswald, „Zur Kritik der Mach'schen Philosophie.“ Eine erkenntnistheoretische Studie. Berlin 1903.
2. Hönigswald, „Empiristischer und kritischer Idealismus.“ Zur Philosophie Machs. Beilage zur „Allgemeinen Zeitung.“ München. 5. Sept. 1903.
3. Hell, „Ernst Mach's Philosophie.“ Eine erkenntniskritische Studie über Wirklichkeit und Wert. Stuttgart. 1907.

1) Die Zitate beziehen sich auf die letzten Auflagen, die der „Wärmelehre“ jedoch auf die 1. Anflage.

4. Lucka, „Das Erkenntnisproblem und Machs Analyse der Empfindungen.“ Kantstudien VIII 1903.
5. J. Baumann, „Wo steckt der Fehler oder die Einseitigkeit in Machs philosophischen Ansichten?“ Archiv für syst. Philos. VII 1901. S. 260.
6. Baumann, „Über Ernst Machs philosophische Ansichten.“ Archiv für syst. Philos. IV 1898 u. V. 1899.
7. Reinhold Schultz, „Die Mach'sche Erkenntnistheorie.“ Berlin 1907. Dissert. Dieselbe Schrift ist auch unter dem Pseudonym erschienen: Reinhold, „Machs Erkenntnistheorie.“ Leipzig-Greifswald 1910.
8. Musil, „Beitrag zur Beurteilung der Lehre Machs“. Berlin 1908. Dissert.
9. Kleinpeter, „Kant und die naturwissenschaftliche Erkenntnis der Gegenwart (Mach, Hertz, Stallo, Clifford).“ Kantstudien VIII. 1903.
10. Kleinpeter, „Über Ernst Machs und Hertz' prinzipielle Auffassung der Physik.“ Arch. für syst. Philos. V. 1892 u. VI 1893.
11. Natorp, „Zur Streitfrage zwischen Empirismus und Kritizismus.“ Arch. für syst. Philos. V. 1892.
12. Kleinpeter, „Zur Erkenntnistheorie der Naturforschung der Gegenwart unter Zugrundlegung der Anschauungen von Mach, Stallo, Clifford, Kirchhoff, Hertz, Pearson, Ostwald.“ Leipzig 1905.
13. Cesca, „L'Idealismo del Mach et l'Egernismo del Ostwald. Riv. di Filos. et Fience affini V 1903.
14. Th. Beer, „Die Weltanschauung eines modernen Naturforschers.“ Ein nichtkritisches Referat über Machs Analyse der Empfindungen. Dresden 1903.
15. Petzold, „Maxima und Minima und Ökonomie.“ Viertelj. Schr. für wiss. Philos. XIV. 1890 Über Mach: IV. S. 418 — 431.
16. Hickson, „Der Kausalbegriff der neueren Philosophie von Hume bis Robert Mayer.“ Viertelj. Schr. f. wiss. Philos. XXIV. 1900. Über Mach: Seite 470—482.
17. H. Grünbaum, „Zur Kritik der modernen Kausalanschauungen.“ Arch. f. syst. Philos. V. 1899. Über Mach: S. 392—409.
18. Streintz, „Physikalische Grundlagen der Mechanik.“ Leipzig 1883.
19. L. Nelson, „Ist metaphysikfreie Naturwissenschaft möglich?“ Göttingen 1908.

20. R. Willy, „Die Krisis der Psychologie.“ Leipzig 1899. (Über Mach: Seite 131—165).
21. Kleinpeter, „Über Volkmann's Postulate, Hypothesen und Naturgesetze und deren Beziehung zur phänomenologischen Naturauffassung im Sinne Mach's.“ In Ostwald's Annalen der Naturphilosophie.

Lebenslauf.

Am 31. Dezember 1887 wurde ich, Herbert Julius Theodor Buzello, preußischer Staatsangehöriger, evangelischer Konfession, zu Pictupönen (Kreis Tilsit) geboren als Sohn des Zollbeamten Otto Buzello und seiner Ehefrau Clara geb. Voigdt. Meinen Schulunterricht erhielt ich auf den Gymnasien zu Potsdam, Barmen, Elberfeld und dem Kgl. Luisen-Gymnasium zu Memel, das ich Ostern 1906 mit dem Zeugnis der Reife verließ. Darauf studierte ich zwei Semester in Königsberg Mathematik und Physik, und drei Semester in München vorzugsweise Philosophie, Mathematik und Physik. Nachdem ich dann meiner militärischen Dienstpflicht Genüge geleistet, habe ich mich seit Herbst 1909 in Halle des Studiums der Philosophie, Mathematik und Physik beflissen.

Meine Lehrer waren:

in Königsberg:

Saalschütz, Volkmann, Wentscher;

in München:

Burger, Cornelius, Geiger, Güttler, Lindemann, Lipps, Pringsheim, Röntgen, Scheler, Sommerfeld, Voll, Voss;

in Halle a. S.:

Bauch, Cantor, Dorn, Gutzmer, Krueger, Menzer, Meumann, Stammler, Wangerin.

Ihnen allen bin ich für mannigfache Förderung ehrerbietigsten Dank schuldig.

Vor allem aber muß ich Herrn Prof. Dr. Menzer für die vielseitigen Anregungen und seine gütigen Ratschläge bei der Ausführung vorliegender Arbeit auch an dieser Stelle meinen schuldigen Dank aussprechen.